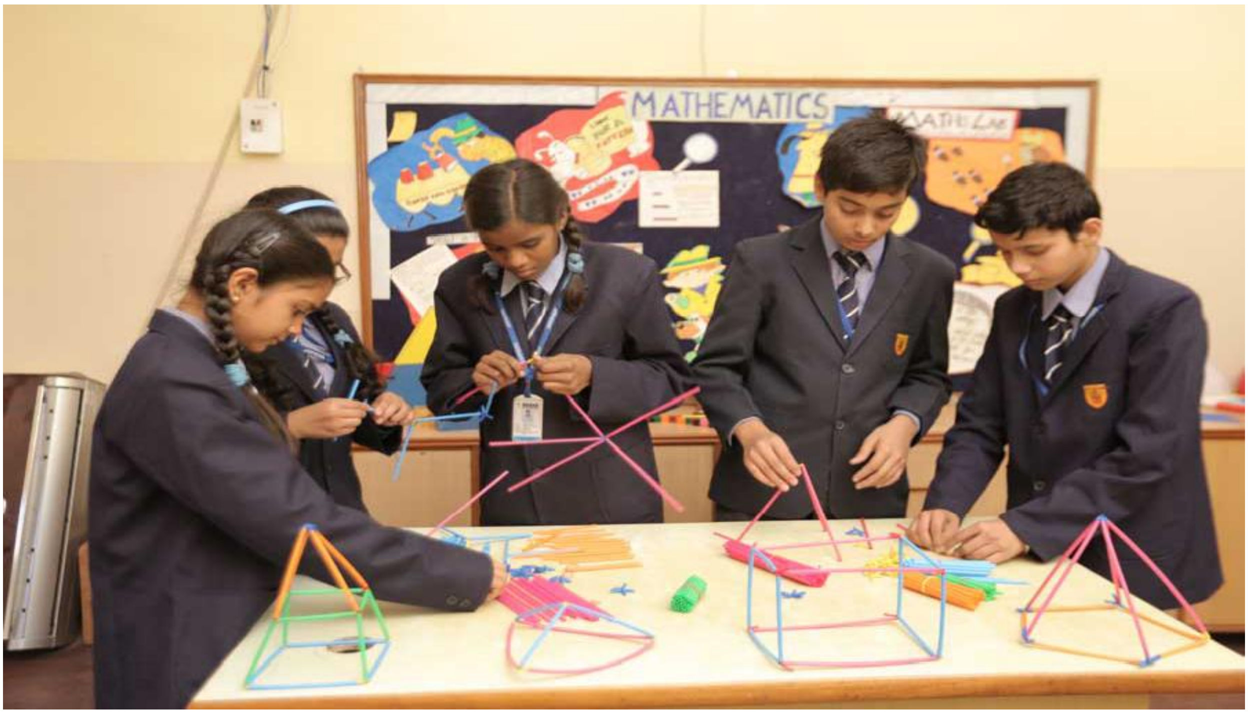
గణిత శాస్త్ర

ప్రయోగదీపిక



రాష్ట్ర విద్యా పరిశోధన శిక్షణా సంస్థ

ఆంధ్రప్రదేశ్ - అమరావతి

ఈ కరదీపికను రూపొందించిన ఉపాధ్యాయులు

కె. మల్లిఖార్జున, SA (Maths), ZPHS
యెనుములపల్లి, పుట్టపర్తి (మం),
అనంతపురం జిల్లా

కె. నాగేంద్రరావు, SA (Maths), ZPHS
గండేపల్లి, గండేపల్లి (మం) తూ॥గో॥ జిల్లా

ఆర్. శంకరనారాయణ రెడ్డి, SA (Maths), ZPHS,
బూదిలి, అనంతపురం జిల్లా.

ఎ.యస్.ఆర్.సి. శంకర ప్రసాద్ SA (Maths), ZPHS
పెద్దాద, తూ॥గో॥ జిల్లా

జి. భాస్కర్, SA (Maths), ZPHS
వెంకటగిరి, నెల్లూరు జిల్లా

ఎల్. సూర్యనారాయణ రెడ్డి, SA (Maths), ZPHS
మైదకూర్, కడప జిల్లా

కె. కృష్ణం రాజు, SA (Maths), ZPHS
లక్ష్మీపురం, శ్రీకాకుళం జిల్లా

పి. విజయకుమారి, TGT (Maths),
ఆంధ్రప్రదేశ్ మోడల్ స్కూల్, క్రోసూరు, గుంటూరు జిల్లా

కె.నళినీకాంత్, SA (Maths), ZPHS
ఈదుపురం, శ్రీకాకుళం జిల్లా

జి. వెంకటరెడ్డి, SA (Maths), ZPHS
గుట్టూరు, పెనుకొండ (మం) అనంతపురం జిల్లా

యమ్. విజయభాస్కరరావు, SA (Maths), ZPHS
కోదూరు, చిలమత్తూరు (మం) అనంతపురం జిల్లా

ఎడిటింగ్

శ్రీ. ఆర్. జయరామ్,
లెక్చరర్ (గణిత శాస్త్ర మరియు విజ్ఞానశాస్త్ర విభాగము)
ఎస్.సి.ఇ.ఆర్.టి. ఆంధ్రప్రదేశ్, అమరావతి

సలహాదారులు

శ్రీ డి. మధుసూదనరావు
సంచాలకులు, రాష్ట్రవిద్యా పరిశోధన శిక్షణాసంస్థ,
ఆంధ్రప్రదేశ్, అమరావతి

శ్రీ పి. ప్రభాకర రావు
సంచాలకులు, రాష్ట్రీయ మాధ్యమిక శిక్ష అభియాన్,
ఆంధ్రప్రదేశ్, అమరావతి

ముఖ్య సలహాదారులు

కె. సంధ్యారాణి I.Po.S.,
కమీషనర్, పాఠశాల విద్య,
ఆంధ్రప్రదేశ్, అమరావతి

ముందుమాట

విద్యలో నాణ్యత మరింతగా మెరుగుపరచవలసిన అవసరాన్ని సమాజము, విద్యావేత్తలు గుర్తించి అందుకు అవసరమైన చైతన్యాన్ని కలిగించే ప్రయత్నం గత కొన్ని దశాబ్దాలుగా కొనసాగుతూనే ఉంది. 2009 సం॥లో అమలులోనికి వచ్చిన విద్యా హక్కు చట్టం గుణాత్మక విద్యను అందించడానికి ఆంధ్రప్రదేశ్ ప్రభుత్వము చేపట్టింది. ఈ కార్యక్రమానికి అనుగుణంగా SCERT, A.P. గణిత శాస్త్ర బోధనలో ప్రయోగాల నిర్వహణకు అధిక ప్రాధాన్యతనిస్తూ శిక్షణా కార్యక్రమావఅలు రూపొందించి అమలు చేస్తుంది. తదనుగుణంగా పాఠశాల్లలో ప్రయోగశాల ద్వారా విద్యార్థులకు ప్రయోగాల నిర్వహణలో అవసరమైన ప్రత్యక్ష మరియు స్వీయ అనుభవం కల్గించడానికి Hands on Experience అనే కార్యక్రమాన్ని రూపొందించడం జరిగింది.

తక్కువ ఖర్చుతో చేయగలిగే ప్రయోగాలను విద్యార్థులే స్వయంగా నిర్వహించడానికి అవసరమైన కౌశల్యాలను విద్యార్థులలో అభివృద్ధి పరచడానికి గాను Hands on Experience అనే కార్యక్రమాన్ని SCERT, A.P. చేపట్టి ఉపాధ్యాయులకు అవసరమైన శిక్షణా కార్యక్రమాలు నిర్వహించడం జరుగుతుంది.

ఈ కార్యక్రమంలోని ముఖ్యాంశాలు

1. ప్రత్యామ్నాయ ప్రయోగ విధానాలు – పరికరాలు
2. నమూనాల రూప కల్పన

ఇలాంటి కార్యాక్రమాల ద్వారా విద్యార్థులకు మరియు గణిత శాస్త్ర ఉపాధ్యాయులకు పాఠ్యాంశాలలోని సంక్లిష్ట భావనల అవగాహనకు ఈ ప్రయోగదీపిక ఉపయోగకరంగా ఉంటుందని ఆశిస్తున్నాను.

శ్రీ డి.మధుసూదన రావు

సంచాలకులు – రాష్ట్ర విద్యా పరిశోధన శిక్షణా సంస్థ

ఆంధ్రప్రదేశ్, అమరావతి

విషయసూచిక

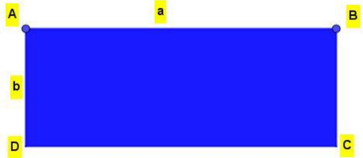
కృత్యం - 1

ఉద్దేశ్యము: పూర్ణాంకాలపై విభాగన్యాయమును సరిచూచుట

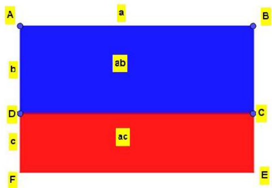
పూర్వజ్ఞానము: దీర్ఘ చతురస్రవైశాల్యము = పొడవు $\times$ వెడల్పు

పరికరాలు: 8 $\times$ 3 దీర్ఘచతురస్రాకార కార్డుబోర్డు, 8 $\times$ 2 దీర్ఘచతురస్రాకార కార్డుబోర్డు

పద్ధతి: 1. a = 8cm, b = 3cm లు పొడవు, వెడల్పులుగా గల దీర్ఘ చతురస్రాకార నీలంరంగు కార్డుబోర్డు తీసుకొని a,b లను పొడవు, వెడల్పులుగా గురించాలి.



2. a = 8cm, c = 2cm లు పొడవు, వెడల్పులుగా గల మరొక దీర్ఘ చతురస్రాకార ఎరుపు రంగు కార్డుబోర్డు కింది విధంగా అమర్చాలి.

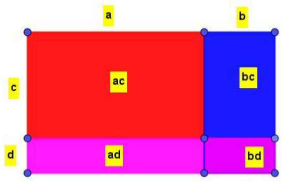


పరిశీలన: ABEF దీర్ఘ చతురస్రవైశాల్యం = ABCD దీర్ఘచతురస్రవైశాల్యం + DCEF దీర్ఘచతురస్రవైశాల్యం

$$a (b + c) = ab + ac$$

ఫలితము : విభాగన్యాయము నిరూపించబడినది

అనువర్తనాలు: కింది నమూనా ద్వారా (a + b) (c + d) యొక్క విలువను కనుగొనవచ్చు.



$$(a + b) (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

కృత్యం - 2

ఉద్దేశ్యము: వర్గ మూలాలు కనుగొనుటకు నమూనాతయారీ

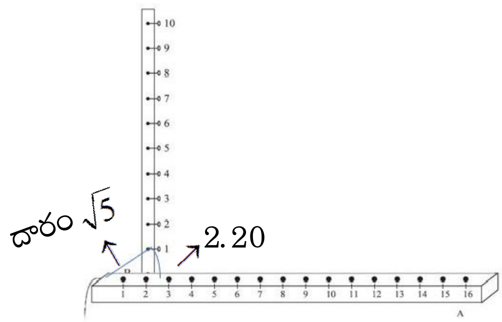
పూర్వజ్ఞానము: పైథాగరస్ సిద్ధాంతం

ΔABC లో $\angle B = 90^\circ$ అయిన $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

పరికరాలు: రంధ్రాలు చేసిన కార్డుబోర్డు పట్టీలు, స్క్రూలు, దారము

పద్ధతి: రంధ్రాలు చేసిన కార్డు బోర్డు పట్టీలను కింది పటంలో చూపిన విధంగా 2యూనిట్ల దూరంలో ఒక దానికి ఒకటి లంబంగా అమర్చాలి.



పరిశీలన: $\sqrt{5}$ విలువను కనుగొనుటకు. పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం

$\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1^2}$

$\therefore$ లంకోణ త్రిభుజాలు 2, 1గా తీసుకోవాలి

* ఇపుడు కర్ణం విలువ, (దారం పొడవు) $\sqrt{5}$ అగును

* దారం '1' యూనిట్ దగ్గర వున్న కొనను కింది క్షితిజ సమాంతర స్కేలుపై ఉంచినట్లయితే () విలువను స్కేలు విలువ ఆధారంగా కనుగొనవచ్చు.

ఫలితము: వర్గ మూలాలు కనుగొను నమూనాను నిర్మించడం జరిగింది.

అనువర్తనాలు: కింది కరణీయ సంఖ్యల వర్గమూలాలు (ఒక దసాంశాము వరకు) కనుగొనవచ్చు.

విలువ	భుజాలు (యూనిట్లు)
$\sqrt{2}$	1,1
$\sqrt{3}$	1, 2
$\sqrt{10}$	1, 3
$\sqrt{13}$	2, 3

కృత్యం- 3

ఉద్దేశ్యము: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ అనే బీజగణిత సర్వ సమీకరణాన్ని జ్యామితీయంగా నిరూపించుట.

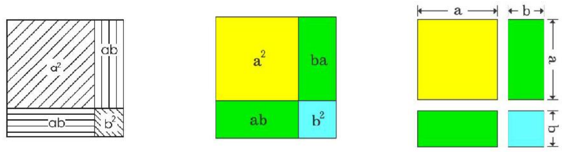
పరికరములు: కార్డుబోర్డు షీట్స్, కత్తెర

పద్ధతి:

1. a భుజంగా గల ఒక చతురస్రంను కత్తిరించండి.
2. b భుజంగా గల మరొక చతురస్రంను కత్తిరించండి.
3. a పొడవు, b వెడల్పు గల రెండు దీర్ఘచతురస్రములను కత్తిరించండి.
4. పై నాలుగా ముక్కలను పటంలో చూపిన విధంగా కలుపండి.
5. (a+b) భుజంగా గల చతురస్రవైశాల్యం = a భుజంగా గల చతురస్ర వైశాల్యం + a పొడవు, b వెడల్పుగా గల రెండు దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యాలు + b భుజంగా గల చతురస్ర వైశాల్యం

$$(a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$$

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



కృత్యము: a,b లకు వివిధ విలువలు ఇచ్చి కింది పట్టికను పూరించండి.

S.No	a	b	a^2	b^2	ab	2ab	$a^2+2ab+b^2$	(a+b)	$(a+b)^2$	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$అగునా?
1										
2										
3										

పరిశీలన: పై పట్టిక నుండి a,b ల యొక్క అన్ని విలువలకు $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ సమానం అని గమనించాలి.

ఫలితం: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ అని నిరూపుంచబడినది.

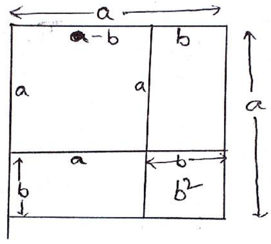
కృత్యం 4

ఉద్దేశ్యము: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ అనే బీజగణిత సర్వ సమీకరణాన్ని జ్యామితీయంగా నిరూపించుట.

పరికరములు: కార్డుబోర్డు షీట్స్, కత్తెర, డ్రాయింగ్ షీట్

పద్ధతి:

1. a భుజంగా గల ABCD చతురస్రమును కత్తిరించుట
2. b భుజంగా గల EBHI చతురస్రమును కత్తిరించుట
3. a పొడవు, b వెడల్పుగా గల GDCJ దీర్ఘచతురస్రాన్ని కత్తిరించుట
4. a పొడవు, b వెడల్పుగా గల IFJH దీర్ఘచతురస్రాన్ని కత్తిరించుట
5. పైన కత్తిరించిన ముక్కలను కింది పటంలో చూపిన విధంగా అమర్చిండి.



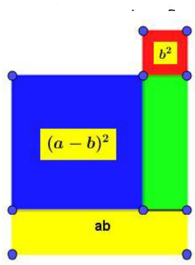
6. పై నాలుగు పటముల నుండి

   ABCD చతురస్ర వైశాల్యం $= a^2$

   EBHI చతురస్ర వైశాల్యం $= b^2$

   GDCJ దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం $= ab$

   IFJH చతురస్ర వైశాల్యం $= ab$ అగును



7. పక్క 5వ పటం నుండి AGFE చతురస్ర వైశాల్యం

   $= AG \times GF$

   $= (a-b)\times(a-b) = (a-b)^2$

$\therefore$ AGFE చతురస్ర వైశాల్యం = ABCD చతురస్ర వైశాల్యం – IFJH దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం – GDCJ దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం + EBHI చతురస్ర వైశాల్యం

$$(a-b)^2 = a^2 - ab - ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

కృత్యం: a,b లకు వివిధ విలువలను ఇచ్చి క్రింది పట్టికను పూరించండి.

S.No	a	b	a^2	b^2	ab	2ab	$a^2-2ab+b^2$	(a–b)	$(a-b)^2$	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ అగునా?
1										
2										
3										

పరిశీలన: పై పట్టిక నుండి a,b ల యొక్క అన్ని విలువలకు $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ సమానం అని గమనించితిని.

ఫలితం: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ అని నిరూపించబడినది.

కృత్యం 5

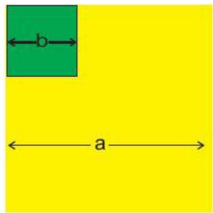
ఉద్దేశ్యము: $\therefore a^2 - b^2 = (a+b)\ (a-b)$ అనే బీజగణిత సర్వ సమీకరణాన్ని జ్యామితీయంగా సరిచూచుట.

పూర్వజ్ఞానం: చతురస్ర వైశాల్యం = భుజం^{2}, దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం = పొడవు $\times$ వెడల్పు

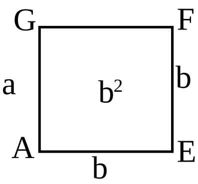
పరికరములు: కార్డుబోర్డు, కలర్ చార్టులు, కత్తెర, స్కెచ్ పెన్, స్కేలు

పద్ధతి:

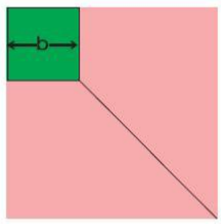
1. a భుజంగా గల చతురస్రం ABCD ని కత్తిరించుట.



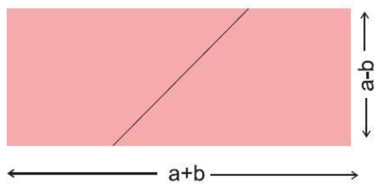
2. b భుజంగా గల ($b<a$) AEFG అనే చతురస్రంను కత్తిరించుము.



3. ప్రక్కపటంలో (3)లో చూపిన విధంగా వాటిని అమర్చండి.



4. f, c ని స్కెచ్ పెన్‌తో కలుపుము.



5. EBCF మరియు GFCD ట్రెపీజియంలకు సర్వసమాన కొలతలు గల రెండు ట్రెపీజియంలను కత్తిరించుము.
6. వాటిని ప్రక్కపటంలో చూపిన విధంగా కలిపిన (a+b) పొడవు, (a–b) వెడల్పుగా గల దీర్ఘ చతురస్రం ఏర్పడును.

   దీర్ఘ చతురస్రం వైశాల్యం = (a + b) (a – b)
7. ABCD చతురస్ర వైశాల్యం – AEFG చతురస్ర వైశాల్యం = EBCF ట్రెపీజియం వైశాల్యం + GFCD ట్రెపీజియం వైశాల్యం = EBGD దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం

$\therefore a^2 - b^2 = (a+b)\ (a-b)$

కృత్యము: a,b లకు వివిధ విలువలను ఇచ్చి కింది పట్టికను పూరించండి.

S.No	a	b	a^2	b^2	a+b	$(a+b)^2$	a–b	$a^2 - b^2$	$(a+b)\,(a-b) = a^2 - b^2$ అగునా?
1									
2									
3									

పరిశీలన: పై పట్టిక నుండి a,b ల యొక్క అన్ని విలువలకు $(a+b)\,(a-b) = a^2 - b^2$ సమానం అని గమనించితిని

ఫలితం: $(a+b)\,(a-b) = a^2 - b^2$ అని నిరూపించబడినది.

కృత్యం 6

ఉద్దేశ్యము: విద్యార్థులు పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం తేలికగా మరియు తప్పులు లేకుండా స్వయంగా చేయగలగటం.

పూర్వజ్ఞానం: సహజ సంఖ్యల మరియు పూర్ణాంకాల సంకలనం

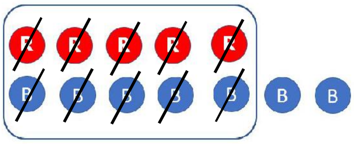
పరికరములు: రెండు వేరు వేరు రంగుల బటన్స్. మరియు కార్డుబోర్డ్ (లేదా) ప్యాడ్.

పద్ధతి: R ఎరుపు రంగు బటన్స్ ధన సంఖ్యలు

B నీలం రంగు బటన్స్ ఋణ సంఖ్యలు

$\overset{+}{R}\,\overset{-}{B}$ శూన్యజత (Zero pair)

ఉదా: 5 + (–7)



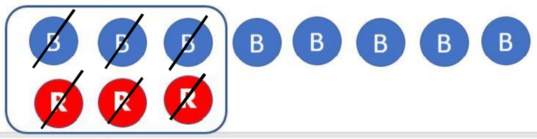
ఎ) మొదట 5 ఎరుపు రంగు బటన్స్‌ను ఒక వరుసలో అమర్చాలి

బి) తరువాత 7 నీలం రంగు బటన్స్‌ను మొదట అమర్చిన బటన్స్ కింద వరుసలో ఒక దాని కింద మరొకటి వచ్చేలా అమర్చాలి.

సి) వాటిని పరిశీలించి ఒక ఎరుపు, ఒక నీలం బటన్స్ (శూన్య జతలు) కాకుండా మిగిలినవి చూడాలి

డి) ఇక్కడ రెండు నీలం రంగు బటన్స్ మిగిలినాయి. కాబట్టి 5 + (–7) = –2

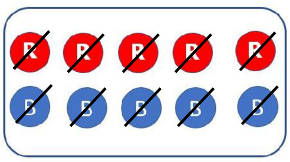
ఉదా:– (–8) + 3



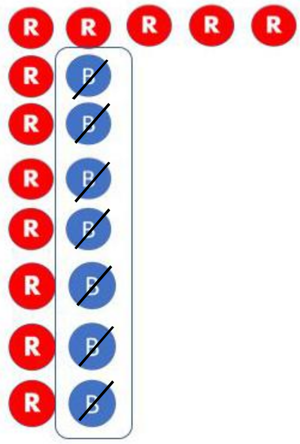
పై ఉదాహరణలో 5 నీలం బటన్స్ మిగిలాయి కాబట్టి (–8) + 3= –5

ఉదా:– (–5) + 5

(–5) + 5 = 0



వ్యవకలనం: 1. $5 - (-7)$



ఎ) మొదట 5 ఎరుపురంగు బటన్స్‌ను ఒక వరుసలో అమర్చాలి

బి) ఇప్పుడు 7 శూన్య జతలను తీసుకొనవలెను

సి) వీటి నుండి మనం 7 నీలం బటన్స్ తీసివేయవలెను (-7) కాబట్టి

డి) మిగిలినవి 12 ఎరుపు రంగు బటన్స్ కాబట్టి $5 - (-7) = 12$

2. $(-5) - (+3)$

ఎ) మొదట 5 నీలం బటన్స్‌ను ఒక వరుసలో అమర్చాలి.

బి) ఇప్పుడు 3 శూన్య జతలను తీసుకొని వాటికి కొంచెం ఖాళీ ఇచ్చి అమర్చాలి.

సి) వీటి నుండి మనం 3 ఎరుపు రంగు బటన్స్ తొలగించాలి.

డి) మిగిలిన 8 నీలం బటన్స్ కాబట్టి $-5 - (+3) = -8$ అని తెలుస్తుంది.

ఫలితం: 1) రెండు ధన పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం ఒక ధన పూర్ణసంఖ్య

2) ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య మరియు ఒక ఋణ పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం ఒక ధనపూర్ణ సంఖ్య (లేక) ఒక ఋణపూర్ణ సంఖ్య (లేక) శూన్యం అవుతుంది.

3) రెండు ఋణపూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం ఋణ పూర్ణ సంఖ్య అవుతుంది.

అనువర్తనాలు: విద్యార్థులు తమ నిజజీవితంలో సమస్యల సాధనలో పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనం మరియు వ్యవకలనాన్ని ఎటువంటి తప్పులు లేకుండా ఉపయోగించుకుంటారు.

కృత్యం 7

ఉద్దేశ్యము: పూర్ణ సంఖ్యల గుణకారమును చాలా సులభంగా మరియు తప్పులు లేకుండా నేర్చుకుంటారు.

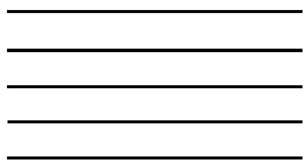
పూర్వజ్ఞానం: సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణాంకాలకు సంబందించి సంకలనం మరియు గుణకారముకు సంబందించిన పూర్వజ్ఞానం

పరికరములు: చీపురు పుల్లలు

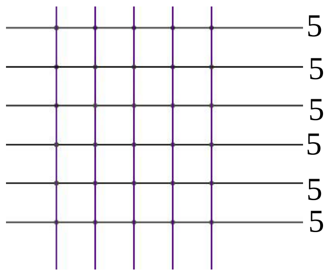
పద్ధతి: ఒక అంకె సంఖ్యల గుణకారం

5×6

స్టెప్ – 1. మొదటగా 5 పుల్లలను అడ్డంగా అమర్చాలి



స్టెప్ – 2. తరువాత 6 పుల్లలను మొదట అమర్చిన పుల్లలపై అడ్డంగా అమర్చాలి.



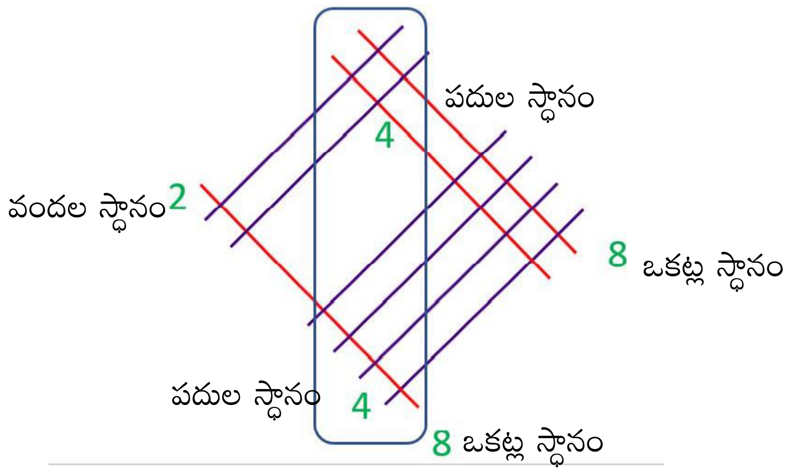
స్టెప్ – 3. రెండు పుల్లల ఖండన బిందువులను లెక్కించిన మనకు 30 వస్తుంది.

$\therefore 5 \times 6 = 30$

<u>**రెండంకెల సంఖ్యల గుణకారం**</u>

24×12

స్టెప్ – 1. పదుల సంఖ్యలో ఉన్న అంకెను తీసుకొని అన్ని పుల్లలను మొదటగా అమర్చాలి.



స్టెప్ – 2. ఒకట్ల స్థానంలో గల సంఖ్య ఎంత ఉందో అన్ని పుల్లలను పైన అమర్చిన పుల్లలకు కింద కొంచెం గ్యాప్ ఇచ్చి అమర్చాలి.

స్టెప్ – 3. రెండవ సంఖ్యలో ఉన్న పదుల స్థానంలో ఉన్న అంకె ఎంతవుందో అన్ని పుల్లలను మొదట అమర్చిన పుల్లలపై నిలువుగా అమర్చాలి.

స్టెప్ – 4. రెండవ సంఖ్యలో ఉన్న ఒకట్ల స్థానంలో ఉన్న అంకె ఎంత ఉందో అన్ని పుల్లలను ఇందాక ఉంచిన పుల్లలకు కొంత గ్యాప్‌తో నిలువుగా అమర్చాలి.

స్టెప్ – 5. ఇప్పుడు ఖండన బిందువులను లెక్కించి వేసుకోవాలి.

స్టెప్ – 6. మొదట పైన మొదటి మూలలో ఉన్న దాన్ని తరువాత కార్నర్‌లో ఉన్న ఎదురెదురు వాటిని కూడి వేసుకోవాలి. చివరిగా కింద మూలలో ఉన్న అంకెను వేసుకోవాలి.

స్టెప్ – 7. $24 \times 12 = \overset{H}{2}(4 \overset{T}{+} 4)\ 8 = 288$

పరిశీలన: విద్యార్థులు పుల్లలతో గుణకారము ఎంత సులభంగా చేయవచ్చునో స్వయంగా పరిశీలించి నేర్చుకుంటారు.

ఫలితం: పుల్లలను ఉపయోగించి సులభ పద్ధతిలో గుణకారాలు నేర్పించుట జరిగినది.

అనువర్తనాలు: విద్యార్థుల ఇదే పద్ధతిని 3 అంకెల మరియు 4 అంకెల గుణకారానికి అనువర్తించి ఫలితాన్ని సులభంగా పొందుతారు.

కృత్యం 8

ఉద్దేశ్యము: ఇచ్చిన సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలను విద్యార్థి స్వీయ అభ్యసన ద్వారా ఎటువంటి తప్పులు లేకుండా నేర్చుకొనుట.

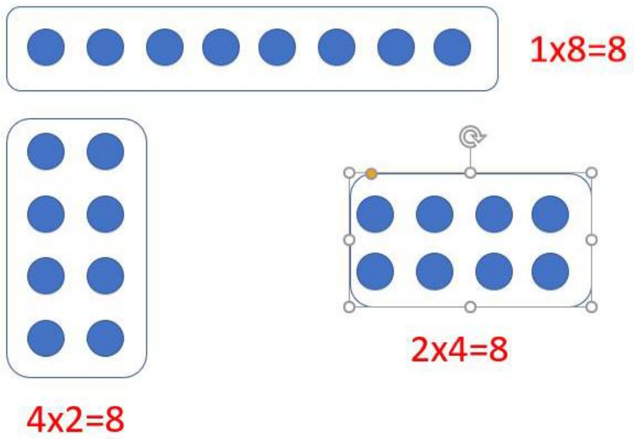
పూర్వజ్ఞానం:

పరికరములు: బటన్స్

పద్ధతి: 8 యొక్క కారణాంకాలు కనుగొనుట.

స్టెప్ – 1. మొదట విద్యార్థికి 8 బటన్స్ ఇస్తాము. వాటిని వీలైనన్ని విధాలుగా ఎన్ని అడు వరుసలు మరియు నిలువు వరుసలలో అమర్చగలవో ప్రయత్నించు కాని నీ వద్ద బటన్స్ ఏమి మిగలకూడదు అని చెప్పాలి.

స్టెప్ – 2. విద్యార్థి ఈ కింది విధంగా తన ప్రయత్నం మొదలు పెడతాడు.



స్టెప్ – 4. పై వాటిని పరిశీలించి విద్యార్థి

8 యొక్క కారణాంకాలు ఈ కింది విధంగా చెబుతాడు.

$8 = 1 \times 8$

$= 2 \times 4$

$= 4 \times 2$

$= 8 \times 1$

కాబట్టి 1, 2, 4 మరియు 8లు 8 యొక్క కారణాంకాలు

పరిశీలన: విద్యార్థులు $8 = 1 \times 8$

$= 2 \times 4$

$= 4 \times 2$

$= 8 \times 1$ గా రాయగలమని తమ స్వీయ పరిశీలన ద్వారా తెలుసుకుంటారు.

విశ్లేషణ: విద్యార్థులు 1, 2, 4 మరియు 8లు 8 యొక్క కారణాంకాలు అని విశ్లేషణ చేస్తారు.

ఫలితం: ఈ పద్ధతి ద్వారా విద్యార్థులు సులభంగా మిగిలిన సంఖ్యలకు కారణాంకాలు రాయగలరు.

అనువర్తనాలు: విద్యార్థి స్వయంగా నేర్చుకున్న కారణాంకాలను తన నిజజీవితంలో అవసరమైన చోట తప్పులు లేకుండా ఉపయోగిస్తారు.

కృత్యం 9

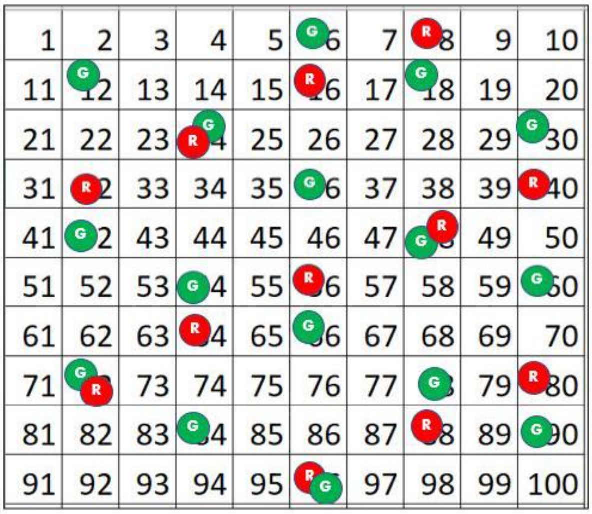
ఉద్దేశ్యము: చిన్న, చిన్న సంఖ్యల క. సా. గు ను విద్యార్థులు తామే స్వయంగా నేర్చుకొనుట.

పూర్వజ్ఞానం: గుణిజాలకు సంబందించిన పూర్వజ్ఞానం

పరికరములు: అంకెల చార్టు, బటన్స్ (రంగు రంగుల బటన్స్)

పద్ధతి: 6 మరియు 8 ల క.సా.గు కనుగొనుట.

స్టెప్-1. విద్యార్థిని ఒక పేపరుపై 1 నుండి 100 అంకెలు వేసుకోమని చెప్పాలి.



స్టెప్-2. ఎరుపు రంగు బటన్స్‌ను ఆరు యొక్క గుణిజాలపై ఉంచమని అడగాలి (6,12,18,24,30,36,42,48....)

స్టెప్-3. ఆకుపచ్చ రంగు బటన్స్‌ను 8 యొక్క గుణిజాలపై అమర్చమని చెప్పాలి (8,16,24,32,40,48,56...)

స్టెప్-4. పైన అమర్చిన ఎరుపు మరియు ఆకుపచ్చ రంగు బటన్స్ రెండు ఉన్న సంఖ్యలను చెప్పమని అడగాలి.

స్టెప్-5. విద్యార్థి 24, 48, 72 .... అని చెబుతాడు.

స్టెప్-6. వాటిలో కనిష్ఠ సంఖ్య ఏది? అని ప్రశ్నించాలి.

స్టెప్-7. విద్యార్థి 24 అని సమాధానం చెబుతారు.

స్టెప్-8. కాబట్టి 6 మరియు 8 యొక్క కనిష్ఠ సామాన్య గుణిజం 24 అని నిర్ధారించాలి.

పరిశీలన: విద్యార్థులు మరికొన్ని సంఖ్యల క.సా.గు.(3 సంఖ్యలకు, 4 సంఖ్యలకు) ఈ పద్ధతి ద్వారా చేసి తమ పరిశీలన ద్వారా తెలుసుకుంటారు.

విశ్లేషణ: విద్యార్థులు క.సా.గు ను వివిధ పద్ధతుల ద్వారా కనుగొనటానికి ప్రయత్నించి ఫలితాన్ని విశ్లేషిస్తారు.

ఫలితం: విద్యార్థులు ఎంతో ఉత్సాహంగా సులభంగా క.సా.గు కనుగొనటం నేర్చుకుంటారు.

అనువర్తనాలు: విద్యార్థి భిన్నాల కూడికలు, తీసివేతలు మొదలగు సమస్యల సాధనలో క.సా.గు ను సులభంగా చేసి సమస్యలను తేలికగా సాధిస్తారు.

కృత్యం 10

ఉద్దేశ్యము: ఇచ్చిన సంఖ్యల గ.సా.భాను విద్యార్థి తన స్వీయ అనుభవం ద్వారా సులభంగా కనుగొనుట.

పూర్వజ్ఞానం: కారణాంకాలకు సంబంధించిన పూర్వజ్ఞానం

పరికరములు: సంఖ్యల చార్టు మరియు రంగు రంగుల బటన్స్

పద్ధతి: ఉదా:- 12 మరియు 16ల గ.సా.భా కనుగొనుట.

స్టెప్-1. విద్యార్థికి ఎరుపు రంగు బటన్స్ ఇచ్చిన వాటిని సంఖ్యల చార్టుపై 12 యొక్క కారణాంకాలపై (1,2,3,4,6,12) అమర్చమని చెప్పాలి.

స్టెప్-2. విద్యార్థికి అకుపచ్చ రంగు బటన్స్ ఇచ్చి వాటిని 16 యొక్క కారనాంకాలపై (1,2,4,8,16) అమర్చమని చెప్పాలి.

స్టెప్-3. రెండు రంగుల బటన్స్ ఏ, ఏ సంఖ్యలపై వచ్చాయో పరిశీలించి చెప్పమని ప్రశ్నించిన విద్యార్థి 1 మరియు 4 అని సమాధానం చెబుతారు.

స్టెప్-4. 1 మరియు 4లో పెద్దది ఏది? అప్పుడు విద్యార్థి 4 అని సమాధానం చెబుతారు.

స్టెప్-5. కాబట్టి 12 మరియు 16ల గ.సా.భా (4) అని విద్యార్థి నేర్చుకుంటారు.

పరిశీలన: విద్యార్థులు మరికొన్ని సంఖ్యల యొక్క గ.సా.భాను తమ పరిశీలన ద్వారా చూసి చేసి తెలుసుకుంటారు. ఈ పద్ధతి ద్వారానే కాకుండా మరికొన్ని పద్ధతుల ద్వారా కూడా గ.సా.భా కనుగొనటానికి ప్రయత్నం చేస్తారు.

విశ్లేషణ: విద్యార్థులు గ.సా.భాను వివిధ పద్ధతుల ద్వారా విశ్లేషణ చేసి ఫలితం ఒకటే అని తెలుసుకుంటారు.

ఫలితం: విద్యార్థులు సులభంగా గ.సా.భా చేయగలగటం

అనువర్తనాలు: విద్యార్థి తన సమస్యల సాధనలో గ.సా.భా ఎక్కడ అవసరమైనను దానిని తప్పులు లేకుండా ఉపయోగించి ఆ సమస్యలను సాధిస్తారు.

కృత్యం 11

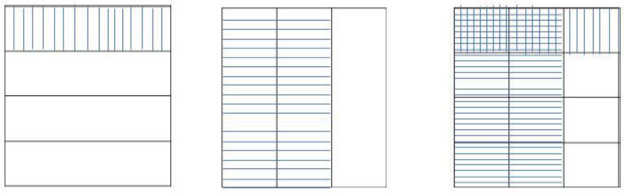
ఉద్దేశ్యము: భిన్నాల గుణకారంను పారదర్శక కాగితములను ఉపయోగించి అవగాహన పెంపొందించుకొనుట.

పూర్వజ్ఞానం: భిన్నాలు, యూనిట్ భిన్నాలను పారదర్శక కాగితం పై లేదా గ్రాఫ్ కాగితంపై గుర్తించుట.

పరికరములు: పారదర్శక కాగితములు, పర్మనెంట్ మార్కర్, స్కేలు

పద్ధతి: ఇచ్చిన భిన్నాలను పారదర్శకకాగితంపై గుర్తించాలి. ఒక కాగితంపై మరియొక భిన్నాన్ని అడ్డంగా గుర్తించాలి. అపుడు ఏర్పడిన షేడ్ చేయబడిన గ్రిడ్‌లను లెక్కించుము. షేడ్ బడిన గ్రిడ్‌ల సంఖ్య దశాంశ భిన్నాల లబ్ధంను సూచించును.

కృత్యం: $\frac{1}{4}$ మరియు $\frac{2}{3}$ లను ట్రాన్సరంట్ కాగితంపై గుర్తించాలి.



$$\frac{1}{4} \quad \times \quad \frac{2}{3} \quad = \quad \frac{2}{12}$$

పై రెండు కాగితములను ఒక దానిపై ఒకటి యుంచాలి.

ఇపుడు ఏర్పడిన గ్రిడ్ డబుల్‌షేడ్ చేయబడిన ప్రాంతాన్ని దశాంశ భిన్నంగా గుర్తించుము.

పై పరిశీలన నుంచి $\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{12}$ గా గుర్తించవచ్చు.

ఇదే విధంగా 1. $\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}$

2. $\frac{1}{5}\times\frac{2}{3}$ విలువలను గుర్తించుము.

ముగింపు: పై కృత్యాల ద్వారా భిన్నాల గుణకారాలను గురించి అవగాహన పెంపొందించుకోవచ్చు.

కృత్యం 12

ఉద్దేశ్యము: దశాంశ భిన్నాలను గ్రిడ్ పేపరు లేదా గ్రాఫ్ పేపరుపై సూచించడం, భిన్నాలను పోల్చుట మరియు దశాంశ భిన్నాల సంకలనంను గ్రిడ్ పేపరు లేదా గ్రాఫ్ పేపరు పై చేయటం ద్వారా దానిపై అవగాహన పెంపొందించుకొనుట.

పూర్వజ్ఞానం: దశాంశ భిన్నాల గురించి అవగాహన

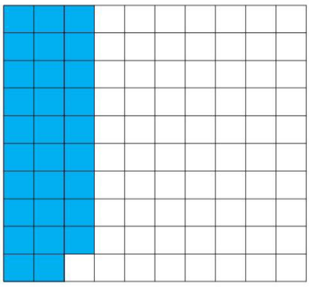
పరికరములు: గ్రిడ్ పేపరు లేదా గ్రాఫ్ పేపరు, మార్కర్/ స్కెచ్ పెన్, స్కేలు

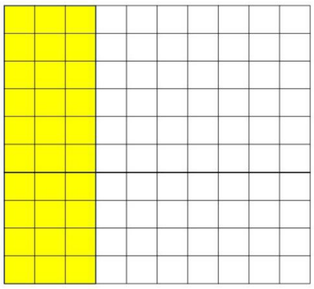
పద్ధతి:

కృత్యం−1: ఇచ్చిన దశాంశ భిన్నాలను గ్రిడ్ పేపరు పై సూచించాలి.

0.3మరియు 0.29లను గురించి పోల్చవచ్చు.

0.3 > 0.29 అని గుర్చింవచ్చు.



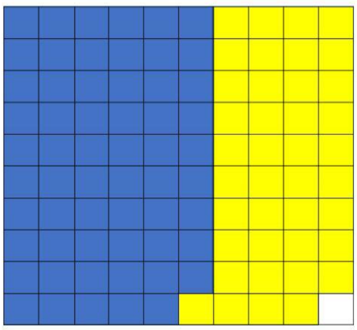


కృత్యం−2: ఉదాహరణకు 0.59 + 0.4 విలువ కనుగొనుట

− 0.59ను గ్రిడ్ పేపరుపై ఒక రంగు స్కెచ్‌తో గుర్తించాలి.

− 0.4 ను అదే గ్రిడ్ పేపరుపై వేరొక రంగు స్కెచ్ తో గుర్తించాలి.

− ఈ మొత్తం షేడ్ చేయబడిన భాగాన్ని దశాంశ భిన్నంగా గుర్తించిన అది 0.99గా గుర్తించవచ్చు.



ఫలితం: 0.59 + 0.4 = 0.99

ఇదే విధంగా
1. 0.53 ను 0.6 తో పోల్చుము.
2. 0.31 + 0.43 విలువను కనుగొనుము.
3. 0.13 + 0.5 విలువను కనుగొనుము.

కృత్యం 13

ఉద్దేశ్యము: దశాంశ భిన్నాల గుణకారంపై అవగాహన కలిగించుట.

పూర్వజ్ఞానం: దశాంశ భిన్నాలను కాగితం / ట్రాన్స్పరంట్ కాగితం పై గుర్తించుట

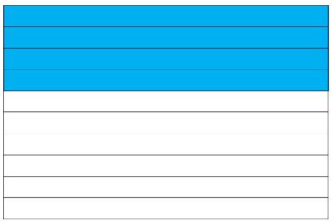
పరికరములు: ట్రాన్స్పరంట్ కాగితములు, స్కేలు, పర్మనెంట్ మార్కర్

పద్ధతి: ఇచ్చిన దశాంశ భిన్నాలను పారదర్శక కాగితం పై గుర్తించాలి. ఒక కాగితంపై రెండవ కాగితంను అడ్డంగా ఉంచాలి. అపుడు చతురస్రాకార గ్రిడ్‌లను లెక్కిచటం ద్వారా దశాంశ భిన్నాల గుణకారం అవగాహనను పెంపొందించుకోవచ్చు.

కృత్యం–1: 0.3×0.4 విలువ గుణించుట.

ఒక పారదర్శక కాగితం పై 0.3ను ప్రక్కపటంలో చూపిన విధంగా గుర్తించండి.

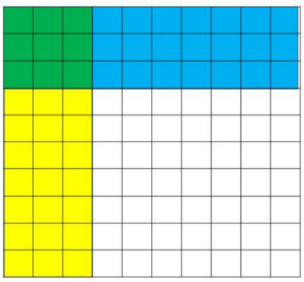
అదే విధంగా 0.4ను పారదర్శక కాగితంపై గుర్తించండి.



వాటిని ఒక దానిపై ఒకటి యుంచిన కింది విధంగా ఏర్పడును.

ఆ దశాంశ భిన్నం విలువ 0.12ను సూచించును.

కావున $0.3 \times 0.4 = 0.12$ గా చెప్పవచ్చు.



కృత్యం: 0.2×0.3

0.5×0.3

0.2×0.4 విలువలను ట్రాన్స్పరంట్ కాగితాలను ఉపయోగించి కనుగొనుము.

ముగింపు: పై కృత్యముల ద్వారా విద్యార్థి దశాంశ భిన్నాలు మరియు వాటి గుణకారంపై అవగాహన పెంపొందించుకొనును.

కృత్యం 14

ఉద్దేశ్యము: వివిధ క్రమబహుభుజులను ఖచ్చితమైన కొలతలతో వాటి ఆకారాలను నిర్మించుట.

పూర్వజ్ఞానం: క్రమబహుభుజి అనగా నేమి?

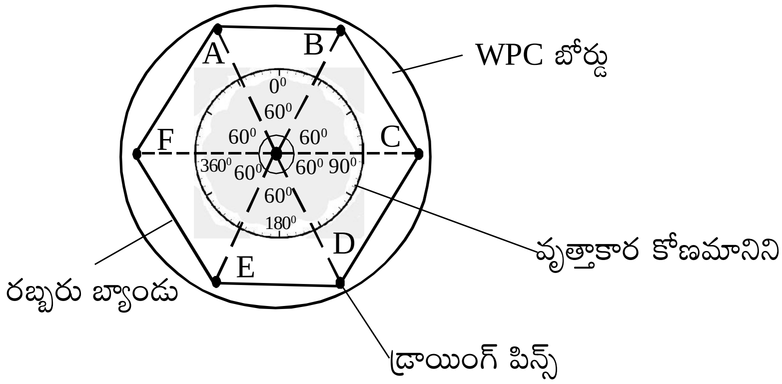
పరికరములు: WPC బోర్డు, వృత్తాకార కోణమాని (360^0), బోల్టు, వైట్ పేపర్, రబ్బరు బ్యాండ్లు, డ్రాయింగ్ పిన్స్

పద్ధతి: వృత్తాకారంలో కట్ చేసిన WPC బోర్డుపై దాని వృత్త కేంద్రం వద్ద, బోల్టు సహాయంతో వృత్తాకార కోణమానిని అమర్చవలెను. ఇప్పుడు ఒక క్రమ షడ్భుజిని నిర్మించాలి అనుకుంటే క్రమ షడ్భుజి యొక్క భుజాల సంఖ్య6.

కావున వృత్త కేంద్రం వద్ద కోణం 360^0 లను 6 సమ భాగాలుగా విభజించాలి. అనగా ఒక్కొక్క భాగం= $\frac{360}{6} = 60^\circ$

$\therefore n$ భుజాలుగా గల బహుభుజి అయితే ఒక్కొక్క భాగం $\frac{360}{n}$ అవుతుంది.

ఇప్పుడు వృత్తాకార కోణమానిని సహాయంతో WPC బోర్డు పై ఆరు సమ భాగాలను గుర్తించి, ఆ బిందువుల పై డ్రాయింగు పిన్నులను అమర్చవలెను. ఈ డ్రాయింగ్ పిన్నులను ఒక రబ్బరు బ్యాండు సహాయంతో కలిపిన కావలసిన క్రమషడ్భుజి ఏర్పడును.



పరిశీలన: పై క్రమషడ్భుజి యొక్క అన్ని భుజాలు మరియు అన్ని అంతరకోణాలు సమానం అని తెలుస్తుంది.

ఫలితం: పై క్రమషడ్భుజి నిర్మాణం నుండి 'n' భుజాలుగల క్రమ బహుభుజిని నిర్మించవచ్చును.

అనువర్తనాలు: దీని నుండి నిత్యజీవితంలో అవసరమైన క్రమబహుభుజిలను తయారు చేయవచ్చును.

కృత్యం 15

ఉద్దేశ్యము: ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతంను కృత్యాధార పద్ధతిలో నిరూపించుట.

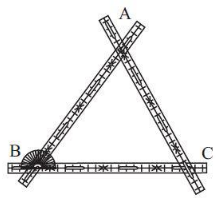
పూర్వజ్ఞానం: 1) ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచనం

2) సదృశ్యకోణాలు కోణాలు సమానం అయిన రెండు రేఖలు సమాంతరంగా ఉండును.

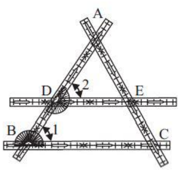
పరికరములు: 1) 4 ప్లాస్టిక్ స్ట్రిప్స్ 2) రెండు 180^0ల కోణమానినిలు

3) 5 బోల్టులు 4) రూలర్ (స్కేలు)

పద్ధతి: 1) మూడు బద్దలను, ఒక కోణమానిని తీసుకొని బోల్టుల సహాయంతో పటంలో చూపిన విధంగా అమర్చండి. '*B*' వద్ద కోణమానిని అమర్చండి.



2) అదే విధంగా మరొక బద్దను కోణమానిని యొక్క మధ్యబిందువను AB బద్దపై D వద్ద బోర్డు సహాయంతో అమర్చండి. ఈ బద్ధ AC ను E వద్ద ఖండించును.



3) $\angle ABC = \angle ADE$ అయ్యేవిధంగా DEను అమర్చవలెను. ఇప్పుడు $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ (ఎందువలన?)

4) ఇప్పుడు $\overline{AD}, \overline{DB}, \overline{AE}$ మరియు $\overline{EC}$ ల పొడవులను కొలవండి.

5) ఈ కృత్యం ను వివిధ రకాల త్రిభుజాల ద్వారా చేసి వాటి కొలతలను కింది పట్టికలో నమోదు చేయండి.

S.No	AD	DB	AD:DB	AE	EC	AE:EC	AD : DB = AE : EC అగునా?
1							
2							
3							

పరిశీలన: పై కృత్యం నుండి ఒక త్రిభుజంలో ఒక భుజానికి సమాంతర రేఖ గీచిన అది మిగిలిన రెండు భుజాలను ఒకే నిష్పత్తిలో విభజించును.

ఫలితం: పై కృత్యం నుండి $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$

అనువర్తనాలు: పై కృత్యాధార పద్ధతి ద్వారా కోణాలను, వివిధ రకాల త్రిభుజాలను తీసుకొనడం ద్వారా పై ఫలితాన్ని పొందవచ్చు.

కృత్యం 16

ఉద్దేశ్యము: గణితశాస్త్రంలో సహసంబంధం అనే భావాన్ని మరియు తెలిసిన విషయం నుండి తెలియని విషయాన్ని రాబట్టుట (స॥చ॥వై॥ నుండి వృత్త వైశాల్యం)

పూర్వజ్ఞానం: సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం = $b \times h$ వృత్తంలో అన్ని వ్యాసార్ధాలు సమానం, వృత్త పరిధి = $2\pi r$

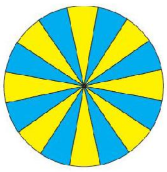
పరికరములు: 1) వృత్త లేఖిని 2) కత్తెర 3) కార్డుబోర్డు 4) రూలర్ 5) కోణమానిని

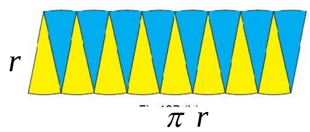
పద్ధతి: సోపానం-1: కొంత వ్యాసార్ధంతో వృత్తలేఖిని సహాయంతో కార్డుబోర్డు పై ఒక వృత్తాన్ని గీయండి.

సోపానం-2: ఇప్పుడు వృత్తాన్ని 4 లేదా 6 లేదా 8 మొదలైన సమాన సెక్టార్లుగా విభజించవలెను, అయితే ఈ కృత్యంలో ఖచ్చితత్వం కొరకు 12 భాగాలుగా విభజించుకొంటే సులభంగాను మరియు ఖచ్చితత్వంగాను వృత్త వైశాల్యాన్ని పొందవచ్చును.

సోపానం-3: వృత్త కేంద్రం వద్ద కోణమానిని ఉంచి ఆవృత్తాన్ని 30^0 సెక్టర్ కోణం ఉండే విధంగా 12 సెక్టర్లుగా విభజించవలెను.

సోపానం-4: సెక్టర్లను కత్తెర సహాయంతో కత్తిరించి, ఆ భాగాలను ఒక సమాంతర చతుర్భుజం వచ్చే విధంగా ఈ కింది పటంలో చూపిన విధంగా అమర్చవలెను.





సోపానం-5: పైన వచ్చిన సమాంతర చతుర్భుజంలో దాని ఎత్తు వృత్త వ్యాసార్ధానికి, దాని భూమి వృత్త పరిధిలో సగం ఉండును.

సోపానం-6: సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం

$$= b \times h$$
$$= \pi r \times r$$
$$= \pi r^2$$

= వృత్త వైశాల్యం

పరిశీలన: ఈ కృత్యం నుండి గణితంలో సహసంబంధం అనే భావనను, విద్యార్థులకు తెలియజేయవచ్చును.

ఫలితం: సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం నుండి వృత్త వైశాల్యంనకు సూత్రంను రాబట్టుట

అనువర్తనాలు: పై వృత్తాన్ని 32 లేదా అంత కంటే ఎక్కు భాగాలుగా (సెక్టర్లు) విభజించి వృత్త వైశాల్యం కనుగొనచ్చు.

కృత్యం 17

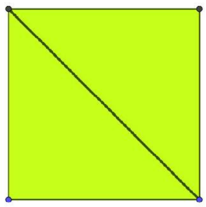
ఉద్దేశ్యము: రేఖాగణిత అకారాల నుండి సౌందర్యానుభూతిని పొందుట

పూర్వజ్ఞానం: టాన్‌గ్రామ్ అనగానేమి?

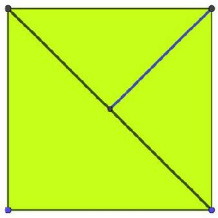
పరికరములు: 1) రూలర్ 2) పెన్సిల్ 3) స్కెచ్ పెన్స్ (వివిధ రంగులు)

4) కత్తెర 5) చతురస్రాకార చార్టు

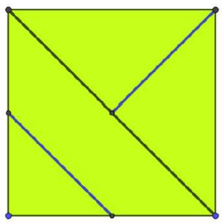
పద్ధతి: 1. 10×10 సెం.మీ. చతురస్రాకార చార్టును తీసుకుని దాని కర్ణం వెంబడి పెన్సిల్‌తో ఒక గీత గీయవలెను



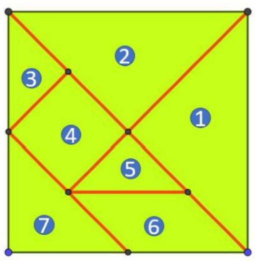
2. పై త్రిభుజాన్ని రెండు సర్వ సమాన త్రిభుజాలుగా విభజించవలెను

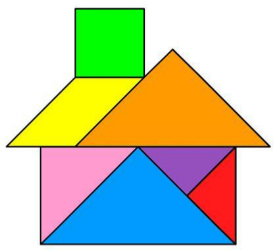


3. కింది త్రిభుజ భుజాల మధ్య బిందువులను కలపవలెను.



4. ఒక చిన్న చతురస్రం ఒక సమాంతర చతుర్భుజం వచ్చే విధంగా విభజించవలెను. సోపానం–4లో చూపిన విధంగా





పై విధంగా విభజించిన పటానికి రంగుల ద్వారా ప్రతీ భాగాన్ని షేడ్ చేసి కత్తిరించి, మనకు కావలసిన ఆకారాలను పొందవచ్చును.

పరిశీలన: పైన కత్తిరించిన వివిధ రేఖాగణిత ఆకారాల ద్వారా అనేక నిత్యజీవితంలో చూసే ఆకారాలు రూపొందించ వచ్చును.

ఫలితం: ఈ టాన్‌గ్రామ్స్ తయారు చేయడం వలన వివిధ జ్యామితీయ ఆకారాలపై విద్యార్థులు అవగాహన పెంచుకొనడంతో పాటు జ్యామితిపై విద్యార్థులు ఆసక్తిని పెంచుకుంటారు.

అనువర్తనాలు: పైన కత్తిరించిన ఆకారాలలో అనేక రకాల ఆకారాలు మన ఆలోచనా శక్తిని బట్టి తయారు చేయవచ్చును.

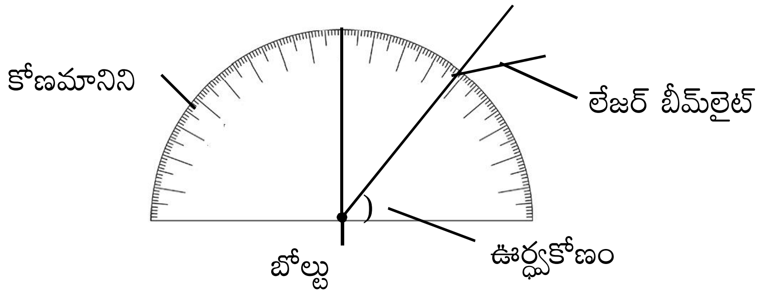
కృత్యం 18

ఉద్దేశ్యము: త్రికోణమితి సమస్యలలో ఊర్ధ్వకోణంను కనుగొనుటకు .

పూర్వజ్ఞానం: ఊర్ధ్వకోణం అనగా నేమి?

పరికరములు: పెద్ద సైజు కోణమానిని, సైకిల్ చక్రం ఊచ, లేజర్ బీమ్ లైట్, బోల్టు చేపు (గమ్ టేపు)

పద్ధతి: పెద్ద సైజులో ఉన్న కోణమానిని తీసుకొని, దానికి 90^0 రేఖ మరియు దాని క్షితిజ సమాంతరరేఖల ఖండన బిందువు వద్ద ఒక రంధ్రంను చేసి, సైకిల్ చక్రం చివరను రింగుగా చేసిన భాగంను బోల్టు ద్వారా బిగించవలెను. సైకిల్ ఊచ రెండవ చివరను లేజర్ బీమ్ లైట్‌ను గమ్ టేపుతో అమర్చవలెను.



పరిశీలన: తయారు చేసిన పరికరాన్ని ఒక తలంపై ఉంచి, బోల్టుతో అమర్చిన సైకిల్ చక్రం ఊచను మనకు కావలసిన వస్తువు పైభాగంపై ఫోకస్ చేసినపుడు మనకు కావలసిన ఊర్ధ్వకోణం లభ్యమవుతుంది.

విశ్లేషణ: వివిధ ఎత్తులలో ఉన్న వుస్తువులు, వస్తువుకు కొంత దూరంలో ఉండి పరిశీలించినపుడు, ఊర్ధ్వకోణాలలో మార్పును గమనించవచ్చు.

ఫలితం: ఒక వస్తువు పై భాగంను చూసే దృష్టి రేఖ క్షితిజ సమాంతర రేఖల మధ్యకోణంను కనుగొన వచ్చును.

అనువర్తనాలు: ఈ పరికరం ద్వారా నిత్య జీవితంలో వివిధ ఎత్తైన వస్తువుల ఎత్తులను కనుగొనుట.

ఉదా:- సెల్‌ఫోన్ టవర్ ఎత్తు, తాటి చెట్టు, గుడిగోపురం మొదలైనవి.

కృత్యం 19

ఉద్దేశ్యము: దశాంశ భిన్నాల వ్యవకలనమును గ్రిడ్ పేపర్ లేదా గ్రాఫు పేపరు పై చేయుట ద్వారా అవగాహన పెంపొందించుకొనుట.

పూర్వజ్ఞానం: దశాంశ భిన్నముల గురించి మరియు దశాంశ భిన్నములను గ్రిడ్ పేపర్‌పై గుర్తించడం.

పరికరములు: గ్రిడ్ పేపర్ లేదా గ్రాఫ్ పేపర్, స్కెచ్‌పెన్ / మార్కర్ స్కేలు

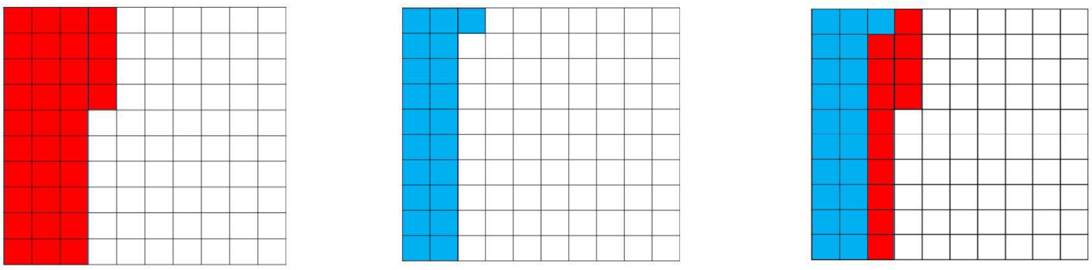
పద్ధతి: ఇచ్చిన రెండు దశాంశ భిన్నాలలో మొదటి దశాంశ భిన్నాన్ని గ్రిడ్ పేపరుపై అడ్డు గీతలతో (నీలం రంగు) షేడ్ చేయాలి.

తీసివేయవలసిన రెండవ దశాంశ భిన్నాన్ని అదే గ్రిడ్ పేపరు పై మొదట సారి షేడ్ చేసిన అడ్డు గీతలపై నిలువ గీతలుగా (ఎరుపు రంగు) గుర్తించాలి.

ఇపుడు అడ్డుగీతలుగా మాత్రమే మిగిలిన షేడ్ చేయబడిన ప్రాంతం ఇచ్చిన దశాంశ భిన్నాల బేధంను సూచించను

కృత్యం1:

ఉదా: 0.34 – 0.21



- 0.34ను ఎరుపురంగులో అడ్డుగీతలుగా గుర్తించాలి.
- 0.21ను నీలం రంగు గీతలతో నిలువ గీతలుగా దానిపై గుర్తించాలి.
- క్రాస్ చేయగా మిగిలిన ఎరుపు రంగు గీతలు భాగం పై రెండు దశాంశ భిన్నాల బేధంను సూచించుము.

కృత్యం2: 0.53 – 0.28 విలువ కనుగొనుము.

కృత్యం3: 0.47 – 0.31 విలువను గ్రిడ్ పేపరు సహాయంతో విలువ కనుగొనుము.

ఫలితం: పై కృత్యాల ద్వారా విద్యార్థుల దశాంశ భిన్నాల వ్యవకలనం గురించి అవగాహన పెంపొందించవచ్చు.

కృత్యం 20

ఉద్దేశ్యము: కృత్యాధార పద్ధతిలో గ్రాఫ్ పై బిందువును స్థాపించుట

పూర్వజ్ఞానం: కార్టీజియన్ తలం X – అక్షం, Y – అక్షం

పరికరములు: 1) సిరెంజులు – 2 2) సిరెంజ్ ట్యూబులు – 8 3) ఇంకు రెండు రకాలు

4) సిరెంజ్ కనెక్టర్స్ 5) 1 x 1 ft WPCబోర్డు 6) గ్రాఫ్ పేపర్

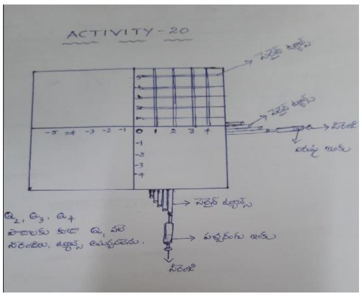
పద్ధతి:

1) 1 x 1 WPC బోర్డు పై గ్రాఫ్ పేపర్ అంటించవలెను. X, Y – అక్షాలను గీయండి.

2) సిరెంజ్ ట్యూబ్‌లను గ్రిడ్స్‌గా అమర్చవలెను.

3) కావలసిన బిందుస్థాపనకు అనగా ఉదాహరణకు (3,2) బిందువును గుర్తించుటకు ఎరుపు ఇంకు సిరెంజ్‌ను Y – అక్షానికి సమాంతరంగా 3వద్ధ రెండువ ఆకుపచ్చ సిరెంజ్‌ను X – &క్షానికి సమాంతరంగా 2వద్ధ అమర్చండి.

4) ఇప్పుడు సిరెంజ్‌లను ప్రెస్ చేయడం ద్వారా ఇంకులు రెండు (3,2) వద్ద ఏకీభవించుకున్న చోటను (3,2) బిందువు గుర్తించవచ్చును.



పరిశీలన: పై కృత్యం ద్వారా, X– అక్షం, Y – అక్షం లకు సమాంతరంగా ఉండే రేఖల ఖండన బిందువులను పరిశీలించవచ్చును.

ఫలితం: X – అక్షం, Y – అక్షం లకు సమాంతరంగా ఉన్న రేఖల ఖండన బిందువు అనగా $y = 2$, $x = 3$ లయొక్క ఖండన బిందువు (3, 2)ను కార్టీజియన్ తలంపై స్థాపించబడినది.

అనువర్తనలు: ఇదే విధంగా పై కృత్యం ద్వారా మిగిలిన బిందువులు X, Y అక్షములకు సమాంతరంగా రేఖలను గుర్తించవచ్చు.

కృత్యం 21

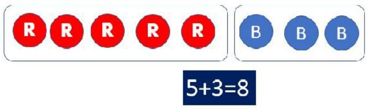
ఉద్దేశ్యము: విద్యార్థులకు సంకలన మరియు గుణకాల వినిమయ ధర్మాన్ని సులభంగా అర్థం అయ్యేలా నేర్పించుట. సంఖ్యా ధర్మాలపై ఉన్న సందేహాన్ని నివృత్తి చేయడం.

పూర్వజ్ఞానం: సంకలనం మరియు గుణకారానికి సంబందించిన పూర్వజ్ఞానం

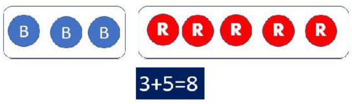
పరికరములు: బటన్స్ , బటన్స్ రెండూ వేరు వేరు రంగులవి

పద్ధతి:

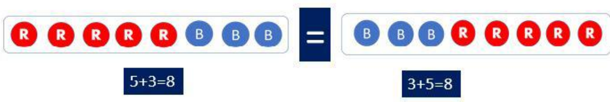
1) మొదట a = 5 ఎరుపు పంగు బటన్స్ రెండు సెట్లుగా తీసుకోవాలి
2) b = 3 నీలం రంగు బటన్స్ రెండు సెట్లుగా తీసుకోవాలి.
3) కుడివైపు ముందుగా a = 5 ఎరుపు బటన్స్ ప్రక్కనే b = 3 నీలం రంగు బటన్స్ అమర్చి మొత్తం (a + b) ఎన్ని బటన్స్ ఉన్నాయి



4) విద్యార్థులు 8 అని చెబుతారు.
5) ఇప్పుడు b = 3 (నీలం) బటన్స్‌ను ముందుగా ఒక వరుసలో అమర్చి ప్రక్కనే a = 5 ఎరుపు బటన్స్‌ను అమర్చి మొత్తం b + a ఎన్ని అని ప్రశ్నించాలి.



6) విద్యార్థులు వెంటనే 8 బటన్స్ అని చెబుతారు
7) దీని నుండి మీరు ఏమిగ్రహించారు అని ప్రశ్నించిన విద్యార్థులు 5కు 3 కూడిన, 3కు 5 కూడిన ఫలితం సమానం అని గ్రహించాము అని చెబుతారు.
8) కాబట్టి a + b = b + a అనగా రెండు పూర్ణ సంఖ్యలను వాటి క్రమం మార్చి కూడిన ఫలితం ఒకటే అని తెలుస్తుంది.



పరిశీలన: విద్యార్థులు a + b = 5 + 3 = 8

మరియు b + a = 3 + 5 = 8

కాబట్టి a + b = b + a అని తమ పరిశీలనలో తెలుసుకుంటారు.

విశ్లేషణ: విద్యార్థులు మరికొన్ని సంఖ్యలతో వినిమయ ధర్మాన్ని విశ్లేషణ చేస్తారు.

ఫలితం: విద్యార్థులు a + b మరియు b + a ల ఫలితాలు సమానం అని గ్రహిస్తారు.

కాబట్టి సంకలనంలో వినిమయ ధర్మం పూర్ణ సంఖ్యలకు వర్తిస్తుంది అని తెలుసుకుంటారు.

అనువర్తనలు: ఈ వినిమయ ధర్మాన్ని సహచర ధర్మాన్ని చేయటంలో ఉపయోగిస్తారు.

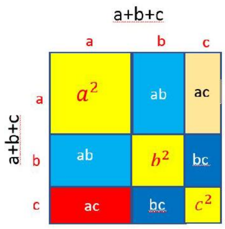
కృత్యం 22

ఉద్దేశ్యము: $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$ అనే బీజగణిత సర్వ సమీకరణంను జ్యామితీయంగా నిరూపించుట.

పూర్వజ్ఞానం: వర్గ సంఖ్యల అవగాహన

పరికరములు: కార్డుబోర్డ్ షీట్స్, కత్తెర, కలర్స్ (లేదా) గ్రిడ్ పేపర్

పద్ధతి: a = 10 cm, b = 6 cm, c = 4cm అనుకొనుము. 20 x 20 cm^2 కార్డు బోర్డు షీట్‌ను ప్రక్క పటంలో చూపిన విధంగా a^2, b^2, c^2 భుజాలుగా గల చతురస్రాలుగాన,a $\times$ b, b $\times$ c, c $\times$ a అయ్యేటట్లు రెండేసి చొప్పున మూడు దీర్ఘ చతురస్రాలను కత్తిరించండి.



ఈ మూడు ముక్కలను ప్రక్క పటంలో చూపిన విధంగా అమర్చిన (a + b + c) భుజంగా గల ఒక చతురస్రం ఏర్పడును.

(a + b + c) భుజంగా గల చతురస్ర వైశాల్యం = (a + b + c) (a + b + c)

= $(a + b + c)^2$. sq.units

a భుజంగా గల చతురస్ర వైశాల్యం b భుజంగా గల చతురస్రం వైశాల్యం (భుజంగా గల చతురస్ర వైశాల్యం +2(a,b లచే ఏర్పడే దీ.ర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం.)

+2 (b,c లచే ఏర్పడే దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం).

+2(c,a లచే ఏర్పడే దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం)

$= a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

ఫలితం: పై ప్రయోగం ద్వారా సంఖ్యల వర్గాలకు, జ్యామితీయ భావనలు (వైశాల్యం) సంబందాన్ని తెలుసుకొంటాడు.

అనువర్తనలు: $(a+b+c+d)^2 = a^2+b^2+c^2+d^2+2(ab+ac+ad+bc+bd+ca)$ అని విశ్లేషణ చేస్తాడు

$(a+b-c)^2, (a-b+c)^2, (a-b-c)^2$ ల విస్తరనను కనుగొనవచ్చు.

కృత్యం:

a	b	c	$a^2 + b^2 + c^2$ 1	2ab + 2bc + 2ca 2	$(a+b+c)^2$ 3	1 + 2	Remarks
2	3	4					
0	1	5					
−1	2	−7					
.	.	.					
.	.	.					
.	.	.					

కృత్యం 23

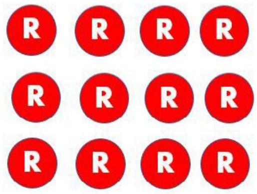
ఉద్దేశ్యము: విద్యార్థులు గుణకారం దృష్ట్యా పూర్ణసంఖ్యలు వినిమయ ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి. అని తెలుసుకొనుట.

పూర్వజ్ఞానం: విద్యార్థులు సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణ సంఖ్యలు గుణకారం దృష్ట్యా వినిమయ ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి అనే జ్ఞానాన్ని కలిగి ఉంటారు.

పరికరాలు: రెండు వేరు వేరు రంగుల బటన్స్, పెన్ను, పేపరు

పద్ధతి: 4 x 3 = 12 అని చూపుటకు

1) ఎరుపు రంగు బటన్స్‌ను 4 నిలువు వరుసలలో ఒకే విలువ వరుసలో 3 బటన్స్ వచ్చే లా అమర్చాలి.

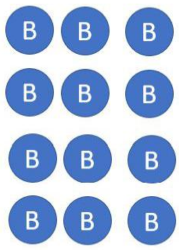


4 times 3

4 x 3 = 12

2) 3 x 4 = 12 అని చూపుటకు

బులుగు రంగు బటన్స్ 3 నిలువు వరుసలలో ఒక్కే నిలువు వరుసలే 4 బటన్స్ వచ్చేలా అమర్చాలి.



3 times 4

3 x 4 = 12

3) పై విధంగా విద్యార్థులు 4 x 3 = 3 x 4 = 12 అనగా a x b = b x a అని తమ పరిశీలన ద్వారా తెలుసుకుంటారు

పరిశీలన: ఎరుపు రంగు బటన్స్ = 12 = 4 x 3

బులుగు రంగు బటన్స్ = 12 = 3 x 4

కాబట్టి 4 x 3 = 3 x 4 అనగా

రెండు సంఖ్యలను ఏ వరుస క్రమంలో గుణించిన వాటి ఫలితం సమానం కాబట్టి గుణకారం దృష్ట్యా పూర్ణ సంఖ్యలు వినిమయ ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.

విశ్లేషణ: విద్యార్థులు వివిధ పూర్ణ సంఖ్యలతో వినిమయ ధర్మాన్ని సరిచూసి విశ్లేషణ చేస్తారు.

ఫలితం: రెండు పూర్ణ సంఖ్యలను ఏ విధంగా గుణించినా వాటి ఫలితం సమానం

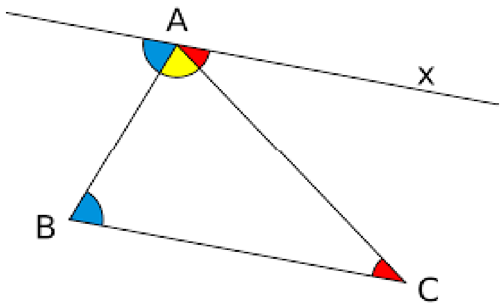
అనువర్తనలు: విద్యార్థులు గుణకారంలో వినిమయ ధర్మాన్ని సహచర ధర్మంను నిరూపించుటలో ఉపయోగిస్తారు. మరియు దీర్ఘచతరస్రం వైశాల్యం కనుగొనుటలో కూడ ఉపయోగిస్తారు.

కృత్యం 24

ఉద్దేశ్యము: త్రిభుజంలో మూడు అంతర కోణాలు A,B,C లు అయిన $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$ అని చూపుట

పూర్వజ్ఞానం: త్రిభుజంలో కోణాలను గుర్తించడం, సరళరేఖపై బిందువు చేసే కోణం 180^0.

పరికరములు: కార్డు బోర్డు షీట్, కత్తెర, కలర్స్, కోణమానిని



పద్ధతి: పటంలో చూపిన విధంగా ΔABCను కత్తిరించండి. A వద్ద (నీలం రంగు) B వద్ద (ఎరుపు రంగు). C వద్ద (ఆకుపచ్చ) రేఖలను గీయండి. A,B వద్ద చేసే అంతరకోణం C వెలుపల పటంలో చూపిన విధంగా అమర్చండి.

ఒకే రేఖపై ఏదైనా బిందువు ఏర్పరచు కోణం 180^0. కనుక $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$ గా గుర్తించును. మరియు $\angle ACB$ యొక్క బాహ్యకోణం $\angle ACD$ అవుతుంది. అని గుర్తిస్తాడు.

ఆ విలువ $\angle ACD = \angle A + \angle B$ అవుతుందని అని నిర్ణయిస్తాడు.

కృత్యం 1: వివిధ త్రిభుజాలను గీసి $\angle A, \angle B, \angle C$ లను కనుగొని కింది పట్టికను పూరించండి.

$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$	$\angle A + \angle B + \angle C$

కృత్యం 2:

$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$	$\angle A + \angle B$	$\angle B + \angle C$	$\angle C + \angle A$	C వద్ద బాహ్య కోణం	A వద్ద బాహ్య కోణం	B వద్ద బాహ్య కోణం

అనువర్తనలు:

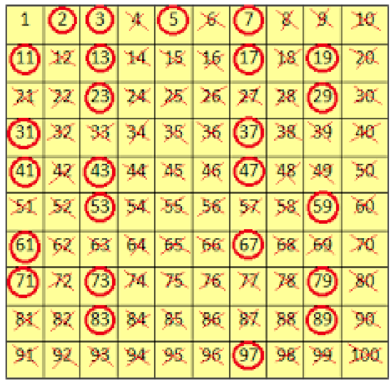
1. బాహ్య కోణానికి, అంతదర కోణాలకు మధ్య సంబంధం, అంతరాభిముఖ కోణాలకు, బాహ్యకోణాల మొత్తామికి సంబందాన్ని గుర్తిస్తారు.
2. ప్రతి బాహ్యకోణం దాని అంతరాభిముఖ కోణాల కన్నా పెద్దది అని విశ్లేషణ చేస్తాడు.
3. త్రిభుజంలో బాహ్యకోణాల మొత్తం 360^0గా గుర్తించును.
4. త్రిభుజ భుజాలకు, వాటి ఎదురుగా ఉన్న కోణాలను మధ్య ఉంటే సంబందాలను నిరూపంలో పై భావనలను ఉపయోగిస్తాడు.

కృత్యం 25

ఉద్దేశ్యము: 1 నుండి 100 వరకు గల సంఖ్యల మధ్య ఉన్న ప్రధాన సంఖ్యలను గుర్తించు.

పూర్వజ్ఞానం: గుణిజాలం, ప్రధానసంఖ్య, పెన్సిలు, స్కేలు మొ॥

పరికరములు: A4 షీటులు, కలర్ పెన్ను, పెన్సిలు, స్కేలు మొ॥



పద్ధతి:

1. మొదట 5 A4 షీట్స్ లపై 1 నుండి 100 సంఖ్యలు వేయుటకు వీలుగా గడులను కొట్టవలెను
2. మొదటి పేపరుపై 1 నుండి 100 సంఖ్యలు వేయవలెను
3. రెండవ పేపరు పై 1 మరియు 2 యొక్క గుణిజాలు (రెండు తప్ప) ఉన్న ప్రాంతము తప్ప మిగిలిన ప్రాంతంలో ఉన్న గడులు కత్తిరించవలెను.
4. 3వ పేపరు పై 1, 2 మరియు 3 తో పాటు 2 మరియు 3 గడులను కత్తిరించవలెను.
5. 4వ పేపరు పై 1, 2, 3 మరియు 5 తో పాటు 2, 3 మరియు 5 యొక& కగుణిజాలు ఉన్న ప్రాంతం తప్ప మిగిలిన ప్రాంతంలో ఉన్న గడులను కత్తిరించవలెను.
6. 5వ పేపరుపై 1, 2, 3, 5 మరియు 7 తోపాటు 2, 3, 5 మరియు 7 యొక్క గుణిజాలు ఉన్న ప్రాంతం తప్పమిగిలిన ప్రాంతంలో ఉన్న గడులను కత్తిరించాలి.
7. ఇప్పుడు చివరగా చూస్తే మిగిలిన సంఖ్యలన్నీ కూడా ప్రధాన సంఖ్యలు అవుతాయి.

పరిశీలన: 2, 3, 5, 7 అనునవి 1 నుండి 10 సంఖ్యల మధ్య ఉన్న ప్రధాన సంఖ్యలు 11, 13, 17, 19 అనునవి 10 నుండి 20 సంఖ్యల మధ్య ఉన్న ప్రధాన సంఖ్యలు. 1 నుండి 100 వరకు గల సంఖ్యల మధ్య 25 ప్రధాన సంఖ్యలు. 1 నుండి 100 వరకు గల సంఖ్యల మధ్య 8 జతల కవల ప్రధా సంఖ్యలు ఉన్నాయి. అని విద్యార్థులు పరిశీలిస్తారు.

విశ్లేషణ: 1 నుండి 100 వరకు గల సంఖ్యల మధ్య ఉన్న వివిధ ప్రధాన సంఖ్యలు వాటి మధ్య సంబంధాన్ని విద్యార్థులు విశ్లేషణ చేస్తారు

ఫలితం: 1 నుండి 100 వరకు ఉన్న సంఖ్యల మధ్య ఉన్న ప్రధాన సంఖ్యలను సులభంగా కనుగొనటం.

అనువర్తనలు: 100 నుండి 200 వరకు గల ప్రధాన సంఖ్యలు కనుగొనటంలో పై పద్ధతిని ఉపయోగించి విద్యార్థులు ప్రధాన

సంఖ్యలు కనుగొంటారు.

కృత్యం 26

ఉద్దేశ్యము: కృత్యాధార పద్ధతిలో పైథాగరస్ సిద్ధాంతాన్ని నిరూపించుట

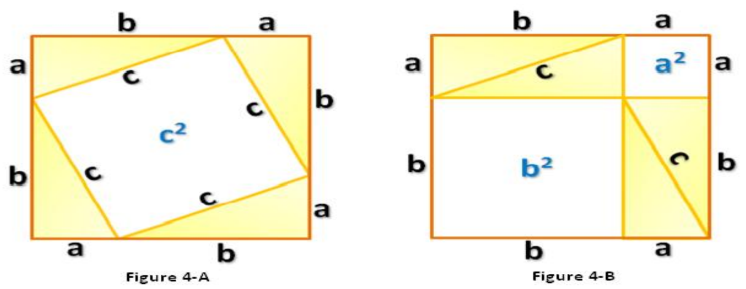
పూర్వజ్ఞానం: లంబకోణ త్రిభుజం, పైథాగరస్ సిద్ధాంత ప్రవచనం

పరికరములు: 1) కార్డు బోర్డులు రెండు వేరు వేరు రంగులు 2) కత్తెర 3) గమ్

4) WPC బోర్డులు రెండు

పద్ధతి:

1. మొదటి ఒక రంగు కార్డు బోర్డును 3సెం॥మీ., 4 సెం.మీ., 5 సెం.మీ. కొలతలు గల 4 లంబకోణ త్రిభుజాలను కత్తెరించవలెను. a=3, b =4, c = 5 అనుకొనుము.
2. అదే విధంగా మరొక రంగు కార్డు బోర్డును పై కొలతలతో 4 లంబకోణ త్రిభుజాలుగా కత్తెరించవలెను.
3. మొదట కత్తెరించిన 4 త్రిభుజాలను WPC బోర్డుపై పటం – 1 లో చూపిన విధంగా అతికించండి.



4. రెండవ రంగు త్రిభుజాలను పటం – 2 లో చూపిన విధంగా అతికించవలెను.
5. ఇప్పుడు మొదటి పటంలో a + b చతురస్ర భుజం అవుతుంది. రెండవ పటంలో a + b చతురస్ర భుజం అవుతుంది. కావున రెండు చతురస్రాలు (a + b) భుజాలు కల్గిన) వైశాల్యాలు సమానం
6. ఇప్పుడు మొదటి పటంలో ఖాళీ ప్రదేశం వైశాల్యం c^2 అవుతుంది. రెండవ పటం ఖాళీ ప్రదేశం వైశాల్యం $a^2 + b^2$ అవుతుంది. $\therefore c^2 = a^2 + b^2$ (ఎందువలన ?)

పరిశీలన: a = 3cm b = 4cm c = 5cm

$a^2 = 9$ $b^2 = 16$ $c^2 = 25$

$\therefore a^2 + b^2 = c^2$

ఫలితం: కృత్యాధార పద్ధతిలో ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో ఒక భుజం మీది వర్గం మిగిలిన రెండు భుజాల మీది వర్గాల మొత్తానికి సమానం అని తెలియవచ్చింది.

అనువర్తనలు: పై కృత్యం నుండి ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో రెండు భుజాలు కొలతలు తెలిసిన పైథాగరస్ ఉపయోగించి మూడవ భుజం కొలతను కనుగొనవచ్చును.

కృత్యం 27

ఉద్దేశ్యము: బీజీయ సమాసాల సంకలనాన్ని జ్యామితీయ భావన ద్వారా అవగాహన కల్పించుట.
భావన ద్వారా అవగాహన కల్పించుట

పూర్వజ్ఞానం: బీజీయ సమసాలను సంకలన భావనలు

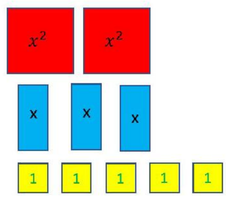
పరికరములు: కార్డు బోర్డులు, కలర్‌పెపరుల, (3 విభిన్న రంగులు) కత్తెర, స్కెచ్‌పెన్నులు, గమ్ బాటెల్

పద్ధతి:

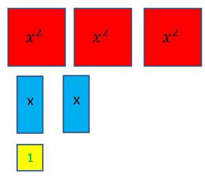
1. మూడు కార్డు బోర్డు షీట్‌లను తీసుకొని దాని పై వేర్వేరు రంగు కాగితాలను అంటించవలెను.
2. x యునిట్లుగా గల భుజంగా కొన్ని చతురస్రాలను ఆకుపచ్చ రంగులో ఉండునట్లు కత్తిరించవలెను.
3. x యూనిట్ల పొడవు 1 యూనిట్ వెడల్పులో నీలం రంగు దీర్ఘచతురస్రాలను కత్తింరించవలెను.
4. 1 యూనిట్ భుజంగా గల కొన్ని చతురస్రాలలో ఎరుపు రందు ఉండునట్లు కత్తిరించవలెను

తయారీవిధానం:

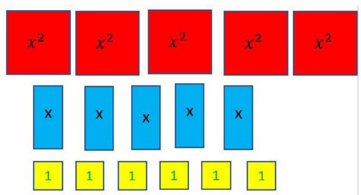
1) $2x^2+3x+5$ అనే బీజీయ సమాసాన్ని ఈ కింది విధంగా అమర్చండి.



2) మరియొక్క బీజీయ సమాసం $3x^2+2x+1$ ను కింది విధంగా అమర్చండి.



3) ఈ రెండింటిని కలిపినా కింది విధంగా అమర్చవచ్చు.



విశ్లేషణ:

	పటం – 1	పటం – 2	పటం – 3
పటం – 1 లో గల ఆకుపచ్చ పట్టీలు సంఖ్య			
నీలం పట్టీల సంఖ్య			
ఎరుపు పట్టీల సంఖ్య			
మొత్తం	$2x^2+3x+5$	$3x^2+2x+1$	$5x^2+5x+6$

ఫలితం: పై ప్రయోగం ద్వారా వివిధ బీజీయ సమాసాల సలంకలనంలో సజాతి, విజాతి పదాల సంకలనం గురించి అవగాహనకు ఉపయోగపడును.

కృత్యం 28

ఉద్దేశ్యము: త్రిమితీయ పటాలకు ఆయిలర్ సూత్రాన్ని సరిచూచుట

పూర్వజ్ఞానం: వివిధ రకాల త్రిమితీయ పటాలు గురించి అవగాహణ ఆయిలర్ సూత్రం F + V = E + 2

పరికరములు: 1) వల చిత్రాలు (నెట్ డయాగ్రమ్స్) 2) పట్టికలు (వివిధ వల చిత్రాలకు సంబంధించిన)

పద్ధతి:

1. ద్విమితీయ వలచిత్రాల నుండి త్రిమితీయ పటాలను ఏర్పరచవలెను
2. ప్రతి త్రిమితీయ పటం యొక్క ముఖాల సంఖ్య (F), అంచుల సంఖ్య (E) మరియు శీర్షాల సంఖ్య (V)లను గుర్తించి వాటి సంఖ్యను కనుగొనవలెను.
3. పై సోపానంలో కనుగొనిన F,E,V ల విలువలను పట్టికలో పొందుపరచి ప్రతీ త్రిమితీయ పటం యొక్క F + V - E విలువను కనుగొనవలెను.

పట్టకములు

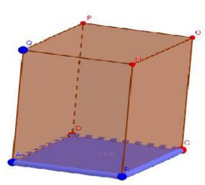
భూమి	ముఖాల సంఖ్య F	అంచుల సంఖ్య E	శీర్షాల సంఖ్య V	F + V - E =2
త్రిభుజం				
చతురస్రం				
క్రమ పంచభుజి				
క్రమ షడ్భుజి				

పిరమిడ్లు

భూమి	ముఖాల సంఖ్య F	అంచుల సంఖ్య E	శీర్షాల సంఖ్య V	F + V - E =2
త్రిభుజం				
చతురస్రం				
క్రమ పంచభుజి				

పరిశీలన: పై పట్టికల నుండి ప్రతీ సందర్భంలోనూ F + V - E విలువ 2 వచ్చును.

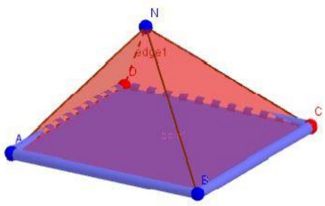
$$F + V - E = 2$$

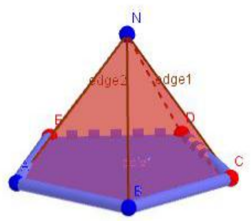


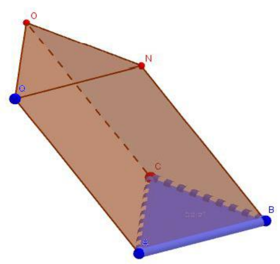
ఫలితం: పై కృత్యం ద్వారా $\Rightarrow F + V = E + 2$

ఆయిలర్ సూత్రం సరిచూడడమైనది

అనువర్తనలు: ఈ కృత్యం ద్వారా పట్టకములు మరియు పిరమిడ్ల నిర్మాణమునకు కావలసిన ముఖాల సంఖ్య, అంచుల సంఖ్య, శీర్షముల సంఖ్యను ముందుగా గుర్తించవచ్చును







సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం

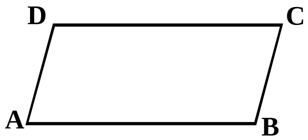
ఉద్దేశ్యము: సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము దాని యొక్క భూమి మరియు ఎత్తుల లబ్దానికి సమానం అని చూపుట.

పూర్వజ్ఞానం: వివిధ జ్యామితీయ ఆకృతులను పేపరును మడతవేయటం ద్వారా తయారు చేయగలగటం. దీర్ఘచతురస్రాకార వైశాల్యం కనుగొను సూత్రము గురించిన పూర్వజ్ఞానం.

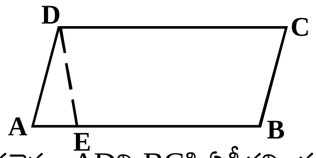
పరికరాలు: మందపాటు చార్టు, పెన్సిలు, కత్తెర, గమ్ మొదలగునవి.

పద్ధతి:

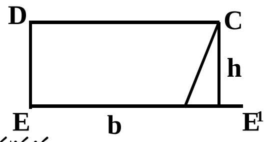
1. పేపరును మడచి సమాంతర చతుర్భుజమును తయారుచేసి దానికి A,B,C,D గా పేరు పెట్టుము.



2. సమాంతర చతుర్భుజమును పేపరు నుండి కత్తిరించవలెను.
3. D నుండి AB భుజానికి ఒక లంబమును గీయుము. అది ABని ఖండించిన చోట E బిందువును గుర్తించుము.

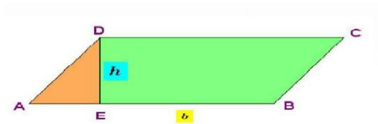


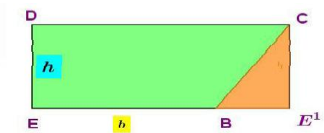
4. AED త్రిభుజమునుం కత్తిరించవలెను. ADని BCకి ఏకీభవించునట్లుగా ఉంచుము. దీనిని AE గా గుర్తించుము.



5. ఇప్పుడు EECD ఒకదీర్ఘ చతురస్రము.
6. EE CD యొక్క భూమి EE మరియు ఎత్తు CE అవుతుంది.
7. దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం పొడవు×వెడల్పు కాబటి EE CD యొక్క వైశాల్యం EE x EC
8. ABCD సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం = ...× దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం. పొడవు × వెడల్పు = భూమి × ఎత్తు.

   $\therefore$ సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం = భూమి × ఎత్తు.





పరిశీలన: ..... సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం = ... దిర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం

= పొడవు × వెడల్పు = ...

= భూమి × ఎత్తు.

సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం = భూమి × ఎత్తు

విశ్లేషణ: విద్యార్థులు ఒకే భుజము మరియు ఒకే ఎత్తు ఉన్న రెండు సమాంతర చతుర్భుజాల వైశాల్యాలు సమానం అని విశ్లేషిస్తాడు.

ఫలితం: సమాంతర చతుర్జుజ వైశాల్యం = భూమి × ఎత్తు అని విద్యార్థి కనుగొనుట.

అనువర్తనాలు: సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్నాన్ని వివిధ సమస్యల సాధనలో ఉపయోగించుట.

30.రెండు సమాంతర రేఖలు – తిర్యగ్రేఖ

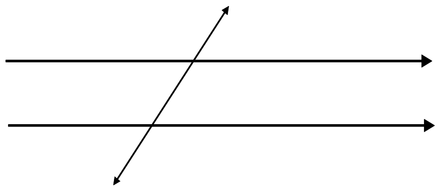
ఉద్దేశ్యం: రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినపుడు వివిధ కోణాల అవగాహన.

కావలసిని పరికరములు : మూడు ప్లాస్టిక్ పట్టీలు, రెండు వృత్తాకార కోణమానినిలు, నట్స్–బోల్ట్స్.

పూర్వ జ్ఞానము: సమాంతర రేఖలు మరియు కోణముల అవగాహన.

పద్ధతి: 1. మూడు ప్లాస్టిక్ పట్టీలు మరియు రెండు వృత్తాకార కోణమానినిలను నట్–బోల్ట్ సహాయంతో పటంలో చూపిన విధంగా బిగించాలి.

2. రెండు ప్లాస్టిక్ పట్టీలు సమాంతరంగాను, మరొక ప్లాస్టిక్ పట్టీ వాటిని ఖండించేవిధంగా బిగించాలి.



3. 1 నుండి 8 వరకు పటంలో చూపిన కోణములను కొలిచి క్రింది పట్టికలో పూరించండి.

పట్టిక ....' అనురూప కోణాలు'.

వ.సంఖ్య	కోణంపేరు	కోణం విలువ	కోణం పేరు	కోణం విలువ	పరిశీలన(సంబంధం)
1					సమానం
2					
3					
4					

ఫలితం: ....

4. **పట్టిక ....' ఏకాంతర కోణాలు మరియు ఏకబాహ్య కోణాలు'.**

వ.సంఖ్య	కోణంపేరు	కోణం విలువ	కోణం పేరు	కోణం విలువ	పరిశీలన(సంబంధం)
1					సమానం
2					
3					
4					

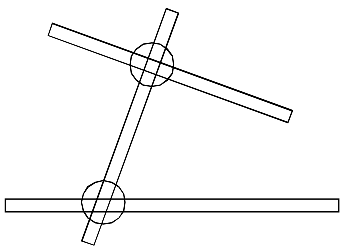
ఫలితం: ....

5. **పట్టిక ....' తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపున ఉండే అంతర కోణాలు'**

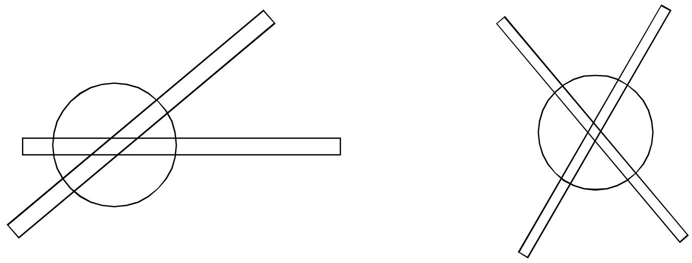
వ.సంఖ్య	కోణంపేరు	కోణం విలువ	కోణం పేరు	కోణం విలువ	పరిశీలన(సంబంధం)
1					
2					

ఫలితం: ....

7. ఇపుడు తిర్యగ్రేఖ గా ఉండే ప్లాస్టిక్ పట్టీని స్థిరంగా ఉంచి, మిగిలిన రెండు ప్లాస్టిక్ పట్టీలను సమాంతరం కాని విధంగా అమర్చి, పై పట్టికలు ......మరియు ... లను పూరించి ఫలితాలను పరిశీలిద్దాము.



8. తిర్యగ్రేఖగా ఉండే ప్లాస్టిక్ పట్టీని తీసివేసి, మిగిలిన రెండు, ప్లాస్టిక్ పట్టీలను క్రింది పటంలో చూపినవిధంగా అమర్చి రేఖీయ ద్వయం, మరియు శీర్షాభిముఖ కోణాల ధర్మాలను పరిశీలించవచ్చు.

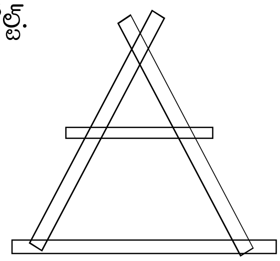


..... పై పటాల నుండి .....రేఖీయద్వయం మరియు శీర్షాభిముఖ కోణాలను పరిశీలించి ఫలితాలను నమోదుచేయండి. వాటి మధ్య సంబంధాలను వ్యక్తపర్చండి.

31.మధ్యబిందు సిద్ధాంతం

ఉద్దేశ్యం: త్రిభుజంలోని రెండు భుజాల మధ్య బిందువులను కలిపే రేఖ మూడవ భుజానికి సమాంతరంగా ఉంటుందని మరియు దానిలో సగం ఉంటుందని “మధ్య సిద్ధాంతం” ద్వారా అవగాహన చేసుకొనుట.

కావలసిని పరికరములు : నాలుగు ప్లాస్టిక్ పట్టీలు, రెండు అర్ధవృత్తకార కోణమానినిలు, నట్–బోల్ట్.



పూర్వ జ్ఞానము: త్రిభుజం కోణాలు వాటి భుజాలు మరియు భుజాల మధ్యబిందువు పట్ల అవగాహన కలిగి ఉండుట.

పద్ధతి: 1. మూడు ప్లాస్టిక్ పట్టీలను తీసుకొని త్రిభుజాలు ....ఆకారంలో బిగిస్తాము మరియు ...శీర్షము వద్ద అర్ధవృత్తాకార కోణమానిని ప్రక్క పటంలో చూపినవిధంగా అమర్చండి.

2. ...మధ్యబిందువు ...గా గుర్తించి, ...వద్ద బోల్ట్‌నట్ సహాయంతో మరొక ప్లాస్టిక్ పట్టీ మరియు అర్ధవృత్తాకార కోణమానిని అమర్చుదాము.

3. ఇపుడు .....మధ్యబిందువు ...గా గుర్తిస్తాము. .... వద్ద అమర్చిన ప్లాస్టిక్ పట్టీని .... ద్వారా పోయేటట్లు క్రింది పటంలో చూపినవిధంగా బిగిద్దాము.

4. ఇపుడు .....ల వద్ద ఉన్న అర్ధవృత్తాకార కోణమానితో కోణాలను కొలుద్దాము.

5. అదేవిధంగా .... భుజాల పొడవులను కొలుద్దాము.

6. పై కృత్యాన్ని విభిన్న త్రిభుజాలలో చేసి క్రింది పట్టికను పూర్తిచేద్దాం.

వ.సంఖ్య	.....	....	..... అగునా?	...భుజాల పొడవు	...భుజాల పొడవు	....అగునా?
1						
2						
3						

32.కోణాలు – రకాలు

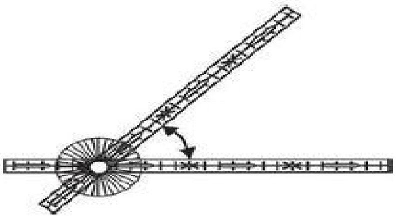
ఉద్దేశ్యం: వివిధ రకాల కోణాలను గుర్తించడం.

పూర్వ జ్ఞానము: కోణం నిర్వచనం.

కావలసిని పరికరములు : 2 ప్లాస్టిక్ పట్టీలు, వృత్తాకార కోణమానిని, బోల్ట్–నట్స్.

పద్ధతి:

1. రెండు ప్లాస్టిక్ పట్టీలను, వృత్తాకార కోణమానిని తీసుకొందాము.
2. పటంలో చూపినవిధంగా వృత్తాకార కోణమానిని, ప్లాస్టిక్ పట్టీని నట్టు–బోల్ట్ సహాయంతో బిగింపుము.
3. ప్రక్కపటంలో చూపిన విధంగా రెండు ప్లాస్టిక్ పట్టీలను ఒకదానిపై ఒకటి మోపబడినట్లు అమర్చండి. అప్పుడు వాటి మధ్యగల కోణము ‘0’. దీనిని శూన్యకోణం అంటారు.
4. క్రింది పటాలలో చూపిన విధంగా ఒక ప్లాస్టిక్ పట్టీని స్థిరంగా ఉంచి, రెండో ప్లాస్టిక్ పట్టీని అపసవ్య దిశలో త్రిపతూ వివిధ కోణాలు ఏర్పడేటట్లు చూడడం.



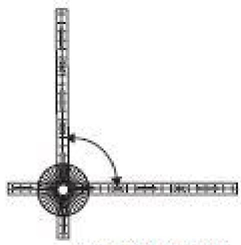


Fig. 3. Right angle

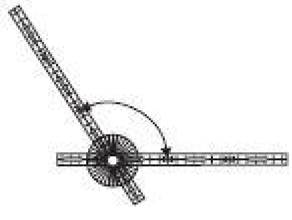


Fig. 4. Obtuse angle

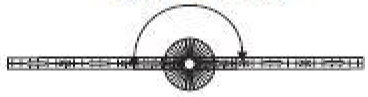


Fig. 5. Straight angle

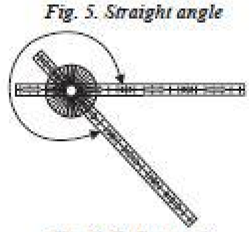


Fig. 6. Reflex angle

Fig. 7. Complete angle

పరిశీలన : పై కృత్యాల ఆధారంగా క్రింది ఖాళిలను పూరించండి.

1. రెండు ప్లాస్టిక్ పట్టీలు లంబంగా ఉన్నప్పుడు ఏర్పడిన కోణం …………………………..
2. రెండు ప్లాస్టిక్ పట్టీలు వ్యతిరేఖ దిశలో ఉంటూ ఒక రేఖను ఏర్పరచినపుడు వాటి మధ్య ఏర్పడిన కోణం ……
3. రెండు ప్లాస్టిక్ పట్టీలు ఒకే దిశలో ఏకీభవించినపుడు వాటి మధ్య ఏర్పడిన కోణం ……………………

ఫలితము: ……… కనుక ………………. మరియు …………………..

ఫలితం: వృత్త ఖండంలోని కోణాలు గురించి అవగాహన పొందును.
వివిధ రకాల కోణాల విలువలను తెలుసుకోవడం జరిగింది.

కోణము	కోణ రకము
0^0	శూన్య కోణం
0^0 నుండి 90^0	అల్పకోణం
90^0 నుండి 180^0	లంబకోణం
180^0	సరళకోణం
1800 నుండి 360^0	పరావర్తన కోణం
360^0	సంపూర్ణకోణం

33.త్రిభుజ వైశాల్యం

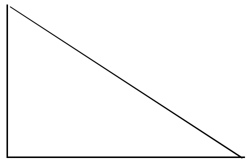
ఉద్దేశ్యం: త్రిభుజ వైశాల్యం దాని భూమి మరియు ఎత్తుల లబ్దంతో సగం ఉంటుంది. అవి చూపుట.

పూర్వ జ్ఞానము: 1. పేపరుతో వివిధ రకాల త్రిభుజాలను మడవగలగటం.

2. దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం యొక్క సూత్రము.

3. సమాంతర చతుర్భుజము తో కర్ణము అసమాంతర చతుర్భుజాన్ని రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాలుగా విభజిస్తుంది.

కావలసిని పరికరములు : చార్టు, పెన్సిలు, వృత్తలేఖిని, స్కేలు మరియు కత్తెర.



పద్ధతి:

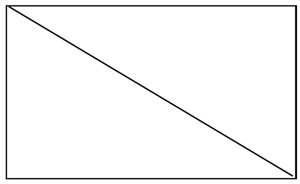
సందర్భం 1:

1. లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం:

1. ఒక లంబకోణ త్రిభుజమును కత్తిరించుము.

2. కత్తిరించిన లంబకోణ త్రిభుజానికి సర్వసమాన త్రిభుజమును మరొకటి కత్తిరించుము.

3. ఈ రెండు త్రిభుజాల కర్ణములు ఏకీభవించునట్లు క్రింది పటంలో చూపిన విధంగా అమర్చుము.



పరిశీలన:

→ ఈ రెండు త్రిభుజాల ద్వారా ఏర్పడు పటాన్ని విద్యార్థులు దీర్ఘచతురస్రంగా గుర్తిస్తారు.

→ దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం = రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాల వైశాల్యాల మొత్తం.

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం = భూమి × ఎత్తు

త్రిభుజ వైశాల్యం = $\frac{1}{2}$ × భూమి × ఎత్తు.

సందర్భం 2:

2. అల్పకోణ త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం

1. ఒక అల్పకోణ త్రిభుజమును కత్తిరింపుము మరియు శీర్షము నుండి భూమికి లంబమును గీయుము.

2. పై త్రిభుజమునకు సర్వసమానముగా ఉన్న మరియొక త్రిభుజమును కత్తిరింపుము. ఈ త్రిభుజమును లంబము గుండా కత్తిరింపుము.

పరిశీలన:

1. విద్యార్థులు రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాలు ఒక ప్రత్యేక పద్ధతిలో అమర్చిన ఒక దీర్ఘచతురస్రం ఏర్పడుతుందని గ్రహిస్తాడు.

2. దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము = రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాల వైశాల్యాల మొత్తానికి సమానం.

3. దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము = భూమి × ఎత్తు.

త్రిభుజ వైశాల్యము = $\frac{1}{2}$ × భూమి × ఎత్తు.

సందర్భం 3:

3. అధిక కోణ త్రిభుజము యొక్క వైశాల్యం :

1. ఒక అధిక కోణ త్రిభుజాన్ని కత్తిరించవలెను.

2. మొదట కత్తిరించిన అధిక కోణ త్రిభుజానికి సర్వసమానంగా ఉండునట్లు మరియొక అధిక కోణ త్రిభుజాన్ని కత్తిరించుము.

3. రెండు అధిక కోణ త్రిభుజాల యొక్క పెద్ద భుజాలు ఏకీభవించునట్లు చేసిన తర్వాత మనకు ఒక సమాంతర చతుర్భుజము ఏర్పడును.

పరిశీలన:

1. విద్యార్థులు రెండు అధిక కోణ త్రిభుజాలను పైన చెప్పిన విధంగా అమర్చిన అవి ఒక సమాంతర చతుర్భుజాన్ని ఏర్పరుస్తుందని గ్రహిస్తాడు.
2. సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం = రెండు సర్వసమాన అధిక కోణాల త్రిభుజాల వైశాల్యాల మొత్తానికి సమానం = భూమి × ఎత్తు.
3. అధిక కోణ త్రిభుజ వైశాల్యం = $\frac{1}{2}$ × భూమి × ఎత్తు.

విశ్లేషణ: విద్యార్థులు వివిధ రకాల త్రిభుజాల వైశాల్యము దాని భూమి మరియు ఎత్తుల లబ్ధములో సగముంటుందని విశ్లేషణ చేస్తారు.

ఫలితం : త్రిభుజ వైశాల్యము = $\frac{1}{2}$ × భూమి × ఎత్తు

సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యము = 2 × త్రిభుజ వైశాల్యము

త్రిభుజ వైశాల్యము = $\frac{1}{2}$ × సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం.

అనువర్తనాలు: విద్యార్థులు నిజజీవితంలో త్రిభుజ వైశాల్యానికి సంబంధించిన సమస్యల సాధనలో పై సూత్రాన్ని ఉపయోగిస్తారు.

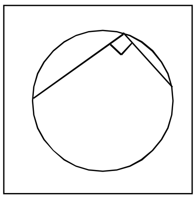
34. వృత్త ఖండంలోని కోణాలు

ఉద్దేశ్యం: అధిక వృత్త ఖండంలోని కోణము అల్పకోణమని, అల్ప వృత్తఖండంలోని కోణం అధికకోణం అని, ఒకే వృత్త ఖండలోని కోణాలు సమానాలు. అర్ధవృత్తంలోని కోణం లంబకోణం అని నిరూపించుట.

పూర్వ జ్ఞానము: అల్పవృత్త ఖండం, అధిక వృత్తఖండము, అర్ధవృత్తముల పై అవగాహన.

కావలసిని పరికరములు : వృత్తాకార జియోబోర్డ్, కలర్ దారం / రబ్బర్ బాండ్ మరియు కోణమాణిని.

నిర్వహించు విధానం:



* రబ్బరు బాండ్‌తో అల్పవృత్త ఖండంను ఏర్పరుచుము.
* అల్పవృత్త ఖండంలోని కోణమును రబ్బరుతో ఏర్పరుచుము.
* ఈ కోణం విలువను కోణమాణినితో కనుగొనుము.
* అదేవిధంగా అధిక వృత్త ఖండం ఏర్పరచి దానిలో కోణాన్ని కనుగొనుము.
* అల్పవృత్త ఖండంలో కోణం అధిక కోణం, అధిక వృత్త ఖండంలోని కోణం అల్పకోణంగా గుర్తించుము.
* ఒకే వృత్త ఖండంలోని కోణాలను వివిధ రంగుల రబ్బరు బాండ్‌లతో ఏర్పరచి ఆ కోణాల విలువలను కనుగొనిన అవి సమానంగా యుండుట గమనించుము.
* అదేవిధంగా రబ్బరు బాండ్‌తో అర్ధవృత్తం ఏర్పరచి అర్ధవృత్తంతో కోణములను ఏర్పరిచన అది లంబకోణంగా గుర్తించును.

పరిశీలనలు: జియో బోర్డ్‌ను, వివిధ రబ్బరు బ్యాండ్‌లను ఉపయోగించి అర్ధవృత్తాలు, అధిక వృత్త ఖండాలు, అల్పవృత్తా ఖండాలను ఏర్పరచి క్రింది పట్టిక పూరించుము.

అల్పవృత్త ఖండంలోని కోణం	అధిక వృత్తఖండంలోని కోణం	అర్ధవృత్తంలోని కోణం
(1) పరిశీలన – 1		
(2) పరిశీలన – 2		
(3) పరిశీలన – 3		

అనువర్తనాలు:

* అల్పకోణం లేదా అల్పవృత్త ఖండం కేంద్రం వద్ద చేయుకోణం 180^0 కన్నా తక్కువగా ఉండునని గుర్తించుము.
* అధిక చాపం లేదా అధిక వృత్త ఖండం కేంద్రం వద్ద చేయుకోణం 180^0 కన్నా ఎక్కువగా ఉండునని గుర్తించుము.
* అల్పచాపం లో కోణం దానికి అనురూప అధిక చాపంలోని కోణము సంపూరకాలు అని గుర్తించుము.
* తద్వారా చక్రీయ చతుర్భుజంలో ధర్మాలును విశ్లేషణ చేయును.

కృత్యం 35

ఉద్దేశ్యము: ట్రెపీజియం వైశాల్యం $=\frac{1}{2}\times$ ఎత్తు $\times$ (సమాంతర భుజముల మొత్తము) అవి చూపుట

ట్రెపీజియం వైశాల్యం దాని ఎత్తు మరియు సమాంతర భుజముల మొత్తము యొక్క లబ్ధములో సగము ఉంటుంది అని చూపుట

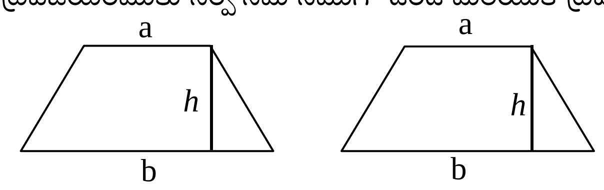
పూర్వజ్ఞానం: సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం

పరికరములు: చార్టు, పెన్సిలు, స్కేలు, కత్తెర మొ॥

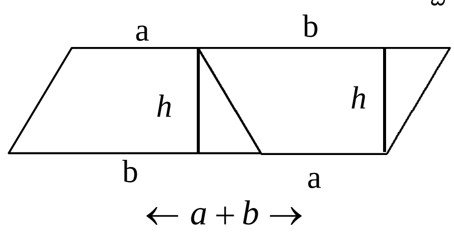
పద్ధతి:

1. ఒక ట్రెపీజియంను కత్తిరించుము.

2. మొదట కత్తిరించిన ట్రెపీజియంముకు సర్వ సమానముగా ఉండే మరియొక ట్రెపీజియం ను కత్తిరించుము.



3. ఈ రెండు ట్రెపీజియములను కింద చూపిన విధంగా అమర్చవలెను.



పరిశీలన:

1. విద్యార్థులు రెండు ట్రెపీజియములను పై విధంగా అమర్చిన ఏర్పడిన పటం సమాంతర చతుర్భుజం గుర్తించును.

2. సమాంతర చతుర్భుజవైశాల్యం = భూమి x ఎత్తు

$$=(a+b)h$$

= రెండు సర్వలమాన ట్రెపీజియంల వైశాల్యాల మొత్తం

$\therefore$ ట్రెపీజియం వైశాల్యం $=\frac{1}{2}h(a+b$

h = ట్రెపీజియం ఎత్తు   a, b లు ట్రెపీజియంలోని సమాంతర భుజముల కొలతలు

ఫలితం: సమలంబ చతుర్భుజం (లేదా) ట్రెపిజీయం వైశాల్యం $=\frac{1}{2}\times h\times(a+b)$

h = ట్రెపీజియం ఎత్తు

a, bలు ట్రెపీజియంలోని సమాంతర భుజముల పొడవులు

అనువర్తనలు: విద్యార్థులు తమ నిత్యజీవితంలో ట్రెపీజియం ఆకృతిలో ఉన్న వస్తువల వైశాల్యమును కనుగొనుటకు పై సూత్రమును ఉపయోగించును.

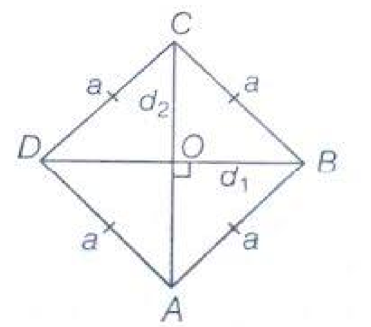
కృత్యం 36

ఉద్దేశ్యము: రాంబస్ యొక్క వైశాల్యము $\frac{1}{2}\times$ (రెండు కర్ణముల లబ్ధము)

$$=\frac{1}{2}\times d_1\times d_2$$ అని నిరూపించుట

పూర్వజ్ఞానం: దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము కనుగొను సూత్రం

పరికరములు: చార్టు, పెన్సిలు, పెన్ను, కత్తెర మొ॥



పద్ధతి:

1. ఒక రాంబస్ ఆకారమును కత్తిరించుము
2. రాంబస్ యొక్క కర్ణములను గీయము.
3. రాంబస్ ఒక కర్ణం వెంబడి d_1 కత్తిరించుము.
4. ఇప్పుడు మనకు రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాలు ఏర్పడును
5. పైన ఏర్పడిన రెండు త్రిభుజాలలో ఒక త్రిభుజాన్ని దాని ఎత్తు $\frac{1}{2}d_2$ వెంబడి కత్తిరించుము.
6. ఇప్పుడు మరలా రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాలు ఏర్పడును
7. ఈ రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాలను మొదట కత్తిరించిన రెండవ త్రిభుజంకు అటువైపు, ఇటు వైపు ఈ రెండు త్రిభుజాలను అమర్చిన మనకు d_1 పొడవు (భూమి) మరియు $\frac{1}{2}d_2$ (ఎత్తు) వెడల్పు కలిగిన ఒక దీర్ఘ చతురస్రం ఏర్పడుతుంది.

పరిశీలన: విద్యార్థులు పైన అమర్చిన రాంబస్‌లోని భాగాలు ఒక దీర్ఘచతురస్రంను సమర్పించినట్లు గ్రహిస్తారు.

రాంబస్ వైశాల్యం = దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం

= పొడవు x వెడల్పు

$$=d_1\times\frac{1}{2}\times d_2$$

$$=\frac{1}{2}\times d_1\times d_2$$

విశ్లేషణ: విద్యార్థులు వివిధ రకాల రాంబస్ వైశాల్యాలను కనుగొని వాటి ఫలితాఌలను విశ్లేషిస్తారు.

ఫలితం: రాంబస్ వైశాల్యం $=\frac{1}{2}\times$ రెండు కర్ణముల లబ్ధం

$$=\frac{1}{2}\times d_1\times d_2$$

అనువర్తనలు: విద్యార్థులు నిజజీవితంలో రాంబస్ ఆకారంలో ఉన్న వివిధ వస్తువుల వైశాల్యాలను కనుగొనుటలో పై సూత్రాన్ని ఉపయోగిస్తారు. సులభంగా సాధిస్తారు.

కృత్యం 37

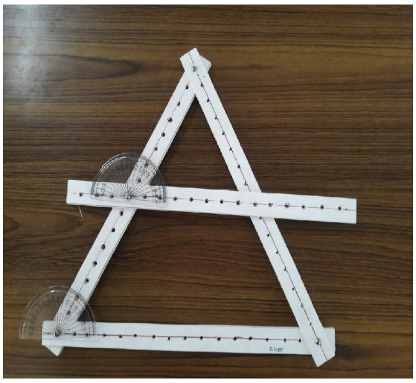
ఉద్దేశ్యము: ఒక త్రిభుజంలో ఒక భుజం మధ్య బిందువు గుండా మూడవ భుజానికి సమాంతరంగా గీచిన రేఖ రెండవ భుజాన్ని సమద్విఖండన చేస్తుందని మధ్య బిందు సిద్ధాంత విపర్యయము ద్వారా అవగాహన చేసుకొనుట.

పూర్వజ్ఞానం: త్రిభుజాలు, కోణాలు మరియు భుజాల మధ్య బిందువుల పట్ల అవగాహన కలిగించుట

పరికరములు: నాలుగు ప్లాస్టిక్ పట్టీలు, రెండు అర్ధవృత్తాకార కోణమానినిలు, బోల్ట్ – నట్స్.

పద్ధతి:

1. మూడు ప్లాస్టిక్ పట్టీలను చీసుకొని త్రిభుజం ABC ఆకారంలో బిగించాలి. మరియు B శీర్షము వద్ద అర్ధవృత్తాకార కోణమానిని కింది పటంలో చూపిన విధంగా అమర్చండి.
2. AB మధ్య బిందువు Dగా గుర్తించి D వద్ద మరొక ప్లాస్టిక్ పట్టీని అమర్చుదాము. D వద్ద మరొక అర్ధవృత్తాకార కోణమానిని అమర్చుదాము.
3. B,Dల వద్ద సమాన కోణాలు ఏర్పరచేటట్లుగా B వద్ద ప్లాస్టిక్ పట్టీని జరుపుదాం
4. B,Dలు వద్ద ఏర్పడిన కోణాలు అనురూప కోణాల సమానం. కావున DE, BCకి సమాతరము అగును.
5. ఇప్పుడు AE మరియు EC ల పొడవులను కొలుద్దాం



6. ఆ విలువలను కింది పట్టికలో పొందుపరుద్దాము. ఈ కృత్యాన్ని విభిన్న త్రిభుజాలలో చేస్తూ AE, EC కొలతలను పట్టికలో పూరిద్దాము.

S.No	AE	EC	AE = EC అగునా?
1			
2			
3			

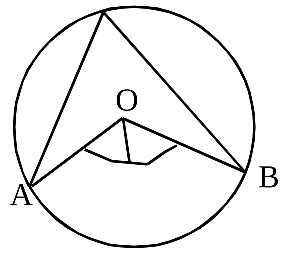
38. వృత్తాలు - ధర్మాలు

ఉద్దేశ్యం: ఏదైనా ఒక వృత్త చాపం దాని కేంద్రం వద్ద ఏర్పరచే కోణం అదే చాపం మిగిలిన వృత్తం పై చేసే కోణానికి రెట్టింపు ఉ ండును

పూర్వజ్ఞానం: అల్పచాపం, అధికచాపం, అవి కేంద్రల వద్ద చేసే కోణాలపై అవగాహన.

పరికరాలు: కార్డ్‌బోర్డు, కలర్ పేపర్‌లు, వృత్తలేఖిని, కత్తెర, గమ్‌బాటిల్, స్కెచ్ పెన్నులు.

తయరుచేసే విధానం : '0' కేంద్రంగా కొంత వ్యాసార్దంతో ఒక వృత్తాన్ని కార్డ్‌బోర్డ్ పై గీయవలెను. ఎ,బి,సి అను బిందువులను వృత్తం పై గుర్తించవలెను. ఎసి, బిసి లను AO, BO అను గీయవలెను.



నిర్వహణ విధానం: $\angle ACB$ నకు సమానవమైన రెండు కోణాలను కత్తిరించవలెను. వీటిని పటంలో చూపిన విధంగా AOBవద్ద అమర్చండి. పరిశీలన ద్వారా, అవి $\angle AOB$ తో ఏకీభవించును. తద్వారా $\angle AOB = 2\angle ACB$ గా గుర్తించవచ్చు. అదేవిధంగా $2\angle ADB = \angle AOB\,(reflex angle)$

కృత్యం-1: జియో బోర్డ్‌లో రబ్బరుబ్యాండ్ లను ఉపయోగించి క్రింది పట్టికలో కోణాలు కనుక్కొని సంబంధాలను విశ్లేషించండి.

$\angle ACB$ **(అధికచాపం) చేసే కోణం**	$\angle ADB$ **అల్ప చాపం చేసే కోణం**	$\angle AOB$	**పరావర్తన** $\angle AOB$	$\angle AOB = 2\angle ACB$ **అవును/కాదు**	**పరావర్తన** $\angle AOB = 2\angle ADB$ **అవును/కాదు**
పరిశీలన-1					
పరిశీలన-2					
పరిశీలన-3					

అనువర్తనం:

1. అర్ధవృత్తంలోని కోణం 90^0 అని పరిశీలిస్తాడు.
2. అల్పచాపం కేంద్రం వద్ద $<180^0$ కోణాన్ని చేయునని, అధిక చాపం కేంద్రం వద్ద $>180^0$ కోణాన్ని చేయునని పరిశీలన చేస్తాడు.
3. $\angle C + \angle D = 180^0$ అని గుర్తిస్తాడు.
4. ఒక వృత్తఖండంలోని కోణాలు సమానం అని సమర్ధిస్తాడు.

ముగింపు : పై కృత్యం ద్వారా వృత్తచాపం కేంద్రం వద్ద చేయుకోణం, అదే చాపం మిగిలిన వృత్తచాపంలోని కోణానికి రెట్టింపు ఉ ంటుందని నిరూపించును.

39. శంకువుఘనపరిమాణంను కనుగొనుట:

కృత్యం పేరు: శంకువు ఘనపరిమాణంను కనుగొనుట.

ఉద్ధేశ్యం : స్థూపం యొక్క ఘనపరిమాణం నుండి శంకువు యొక్క ఘనపరిమాణంను కృత్యం ద్వారా కనుగొనుట.

పూర్వజ్ఞానం: స్థూపం ఘనపరిమాణం సూత్రం = $\pi r^2 h$

పరికరాలు: 1) కార్డుబోర్డు 2) కత్తెర 3) స్కేలు 4) వృత్తలేఖిని 5) గమ్ మరియు 6) ఇసుక.

పద్ధతి : 1) ముందుగా పైథాగోరియన్ త్రికములను తీసుకొనుము. ఉదా: 6 సెం॥మీ॥ , 8సెం॥మీ॥, 10సెం॥మీ. దీనిలో r =6 సెం.మీ. , *l*= 10సెం.మీ , h =8సెం.మీ ఉండేవిధంగా ఒక శంకువును తయారు చేయవలెను.

శంకువు తయారీవిధానం : శంకువు తయారు చేయుటకు కావలసిన సెక్టరు వ్యాసార్ధం 10 సెం.మీ తీసుకొని, ఒక వృత్తాన్ని గీయవలెను. వృత్తపరిధి పై సెక్టరు చాపం పొడవు $2\pi r = 2\pi \times 6 = 37.7$ సెం.మీ (సుమారుగా) గుర్తించవలెను. దానిని నుండి కావలసిన సెక్టరును కత్తిరించి, వ్యాసార్ధాలు ఏకీభవించేవిధంగా అతికించి శంకువుగా తయారు చేయవలెను.

శంకువు వ్యాసార్ధం, ఎత్తులకు సమానమైన స్థూపాన్ని తయారు చేయు విధానం:

శంకువు ఎత్తు h = 8 సెం.మీ. వెడల్పుగాను, $2\pi r$ ను పొడవుగాను అనగా $2x\frac{22}{7}x6=37.7$ సెం.మీ. తీసుకొని ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకారమును కత్తిరించవలెను. దీర్ఘచతురస్రం వెడల్పుకు ఏకీభవించేవిధంగా అతికించి, దాని భూమికి r =6 సెం.మీ గా డల వృత్తంను కత్తిరించి అతికించవలెను. ఇప్పుడు మనకు ఒక వైపు మూసి ఉన్న ఖాళీ స్థూపం ఏర్పడినది.

శంకువు, స్థూపముల ఘనపరిమాణముల మధ్య సంబంధం:

శంకువు నిండుగా ఇసుకను తీసుకొని, స్థూపంను నింపగా, స్థూపం పూర్తిగా నిండుటకు, 3 సార్లు శంకువు నిండుగా తీసుకున్న ఇసుక, ఒక స్థూపంను నింపును. దీని నుండి స్థూపం ఘనపరిమాణం

= 3×శంకువు ఘనపరిమాణం.

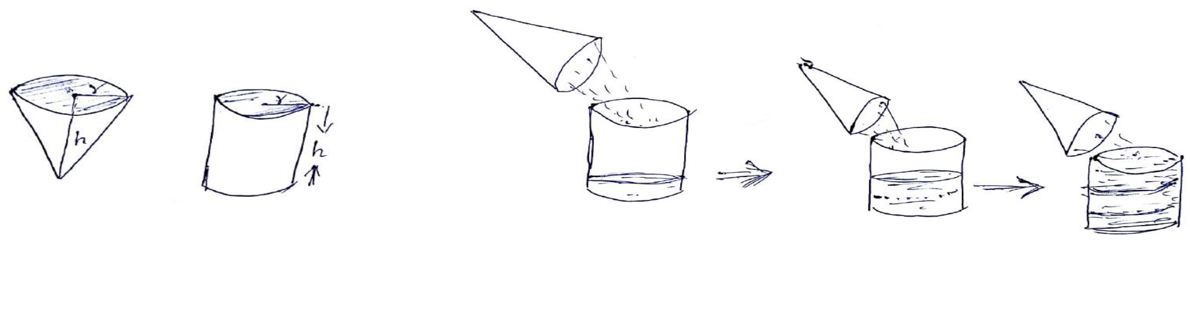
శంకువు ఘనపరిమాణం $= \frac{1}{3} \times$ స్థూపం ఘనపరిమాణం

$$= \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$$

పరిశీలన: స్థూపం ఘనపరిమాణం = 3× శంకువు ఘనపరిమాణం

ఫలితం: శంకువు ఘనపరిమాణం = $\frac{1}{3} \times \pi r^2 h$

అనువర్తనాలు: ఈ కృత్యం నుండి స్థూపం ఘనపరిమాణంను శంకువు ఘనపరిమాణం, శంకువు ఘనపరిమాణం నుండి స్థూపం ఘనపరిమానం కనుగొనవచ్చును. (శంకువు, స్థూపంల యొక్క వ్యాసార్ధం, ఎత్తులు సమానం)ల



40. స్థూపం ప్రక్కతల, సంపూర్ణతల వైశాల్యాల సూత్రాలు కనుగొనుట:

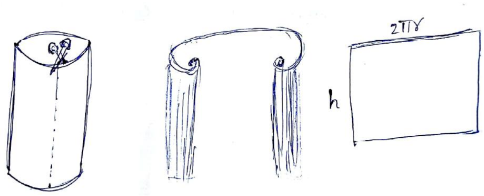
కృత్యం పేరు: స్థూపం ప్రక్కతల, సంపూర్ణతల వైశాల్యాల సూత్రాలు కనుగొనుట.

ఉద్దేశ్యం: కృత్యాధార పద్ధతిలో స్థూపం, ప్రక్కతల వైశాల్యం సంపూర్ణతల వైశాల్యాలను కనుగొనుట.

పూర్వజ్ఞానం: వృత్తవైశాల్యం, దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం.

పరికరాలు: 1) కార్డుబోర్డు 2) కత్తెర 3) గమ్ 4) స్కేలు.

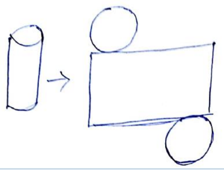
తయరుచేసే పద్ధతి : స్థూపం ప్రక్కతల వైశాల్యం: r వ్యాసార్థం, h ఎత్తుగా కల్గిన ఒక ఖాళీ స్థూపంను తీసుకుని (భూమి, పైకప్పులేని), దానిని నిలువుగా ఒక వైపు కత్తిరించిన అవి ‘h’ వెడల్పు, $2\pi r$ ఎత్తుగా కల్గిన దీర్ఘచతురస్రంగా ఉండును.



ఇపుడు దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం = $2\pi r \times h$

= $2\pi rh$

= స్థూపం ప్రక్కతల వైశాల్యం.



స్థూపం సంపూర్ణతల వైశాల్యం = ప్రక్కతల వైశాల్యం + (2×భూ.వైశాల్యం

= $2\pi rh + 2\times \pi r^2$

= $2\pi r(h+r)$

పరిశీలన: దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క వెడల్పు అంచులను ఏకీభవించేవిధంగా కలుపగా ఏర్పడు స్థూపం యొక్క ప్రక్కతల వైశాల్యం దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం నకు సమానం. అదేవిధంగా సంపూర్ణతల వైశాల్యం, దీర్ఘచతురస్రం వైశాల్యం మరియు రెండు వృత్తాల వైశాల్యాలు మొత్తానికి సమానం.

ఫలితం: స్థూపం ప్రక్కతల వైశాల్యం = $2\pi rh$ చ॥ప॥

స్థూపం సంపూర్ణతల వైశాల్యం = $2\pi r(h+r)$

41. చతుర్భుజ అంతరకోణాల మొత్తం

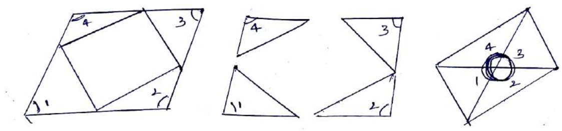
ఉద్దేశ్యం: చతుర్భుజంలో అంతరకోణాల మొత్తం 360^0 అవి నిరూపించుట.

పూర్వజ్ఞానం: సంపూర్ణ కోణం విలువ 360^0

పరికరాలు: చార్టు, పెన్ను, పెన్సిలు, కత్తెర.

పద్ధతి : 1. ఒక చార్టును తీసుకొని ఒక చతుర్భుజమును కత్తిరించుము.

2. ఈ చతుర్భుజమును కోణముల (మూలం) వెంబడి నాలుగు భాగములుగా కత్తిరించుము.



3. కత్తిరించిన ఈ భాగాలను పై పటంలో చూపినవిధంగా అమర్చుము.

4. నాలుగుకోణాల మొత్తం ఒక సంపూర్ణ కోణం ను ఏర్పరుచును.

పరిశీలన : 1. చతుర్భుజంలో నాలుగు కోణములను అమర్చిన అవి ఒక సంపూర్ణకోణమును ఏర్పరిచినది అను గ్రహించును.

2. సంపూర్ణకోణం విలువ = 360^0

3. కాబట్టి చతుర్భుజంలో నాలుగు అంతరకోణాల మొత్తం 360^0 అని గ్రహిస్తాము.

విశ్లేషణ: విద్యార్థులు వివిధ రకాల చతుర్భుజాల యొక్క అంతరకోణాల మొత్తమును పై పద్ధతిలో కనుగొని ఫలితాన్ని విశ్లేషిస్తారు.

ఫలితం: చతుర్భుజంలో నాలుగు అంతరకోణాల మొత్తం 360^0.

అనువర్తనాలు: విద్యార్థులు చతుర్భుజంలోని 4 అంతరకోణాల మొత్తం 360^0. అదే ఫలితాన్ని వివిధ సమస్యల సాధనలో ఉపయోగించును.

42.లంబకేంద్రం :

ఉద్దేశ్యం: వివిధ రకాల త్రిభుజాలలో లంబకేంద్రమును గుర్తించుట.

పూర్వజ్ఞానం: లంబరేఖ, మిళితరేఖలు, మిళిత బిందువు.

పరికరాలు: ట్రాన్స్‌పారెంట్ పేపరు, పెన్ను మొదలగునవి.

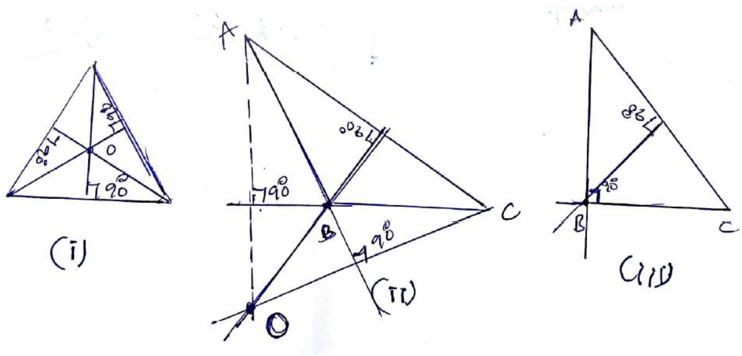
పద్ధతి : (1) ట్రాన్స్‌పారెంట్ పేపరుపై ఒక అల్పకోణ, అధికకోణ మరియు లంబకోణ త్రిభుజాలను గీయుము.

(2) ప్రతి త్రిభుజం లో కూడా వాటి శీర్షాల నుండి ఎదుటిభుజాలకు లంబరేఖలను గీయుము. (లేక) పేపరును మడవవచ్చు.

(3) ఈ లంబరేఖలు మూడు ఒకే బిందువు వద్ద ఖండించుకుంటాయి.

(4) త్రిభుజంలో లంబరేఖల ఖండన బిందువును లంబకేంద్రం అంటారు.

పరిశీలన:



విద్యార్థులు

1. అల్పకోణ త్రిభుజంలో లంబకేంద్రం త్రిభుజం లోపల ఉంటుంది.
2. అధికకోణ త్రిభుజంలో లంబకేంద్రం త్రిభుజం వెలువల ఉంటుంది.
3. లంబకోణ త్రిభుజంలో లంబకోణాన్ని ఏర్పరచే రెండు భుజాల ఖండన బిందువే లంబకేంద్రం అది తమ పరిశీలన ద్వారా తెలుసుకుంటారు.

దయాగ్రం టేబుల్

వ.సంఖ్య	త్రిభుజ రకం	లంబకేంద్ర స్థానము
1	అల్పకోణ త్రిభుజం	త్రిభుజ అంతరములో ఉంటుంది.
2	అధిక కోణ త్రిభుజం	త్రిభుజ బాహ్యంగాను ఉంటుంది.
3	లంబకోణ త్రిభుజం	లంబకోణాన్ని ఏర్పరచే శీర్షము.

విశ్లేషణ: విద్యార్థులు స్వయంగా వివిధ రకాల త్రిభుజాలలో లంబకేంద్రం, గురుత్వకేంద్రం మొదలగునవి గుర్తించి వాటి ఫలితాన్ని విశ్లేషణ చేస్తారు.

అనువర్తనము: జ్యామితీకి సంబంధించిన వివిధ రకాల సిద్ధాంతాల నిరూపణలో మరియు సమస్యల సాధనలే తాము నేర్చుకున్న లంబకేంద్ర నియములు ఉపయోగిస్తారు.

43. చక్రీయ చతుర్భుజం - ధర్మాలు :

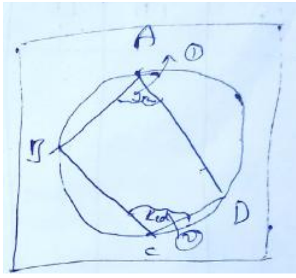
ఉద్దేశ్యం: చక్రియ చతుర్భుజంలో అభిముఖి కోణాలు సంపూరకాలు అని పరిశీలన చేయుట.

పూర్వజ్ఞానం: ఒక చతుర్భుజం యొక్క నాలుగు శీర్షాల గుండా ఒక వృత్తం ఉంటే అది చక్రియ చతుర్భుజం అగును. అంతర్‌కోణాలను కనుగొనుట.

పరికరాలు: కార్డు చార్టు, వృత్తాకార జియోబోర్డు/రబ్బరు బ్యాండ్లు, వృత్తాకార కోణమానినిలు. కలర్ పేపర్లు, స్కేల్, కత్తెర.

తయరుచేసే విధానం : ఒక కార్డుబోర్డు పై ఒక వృత్తాన్ని గీచి A,B,C,D అనే నాలుగు బిందువులను వృత్తం పై తీసుకోవలెను. AB,BC,CD,DA లను కలుపవలెను. అపుడు A,B,C,D అనే చక్రియచతుర్భుజం ఏర్పడును.

$\angle A$ లో $\angle BAD$ నకు సమానమైన కోణాన్ని కత్తిరించవలెను. $\angle C$ లేదా $\angle BCD$ నకు సమానమైన కోణాన్ని కత్తిరించవలెను. వీటిని పటంలో చూపిన విధంగా అమర్చినా రెండు కోణాలు ఒక సరళరేఖను ఏర్పరుచును. అనగా $\angle A + \angle C = 180^0$



చతుర్భుజంలో $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^0$ కనుక,

$$\angle A + \angle C + \angle B + \angle D = 360^0$$

$$180^0 + \angle B + \angle D = 360^0$$

$$\angle B + \angle D = 180^0$$

చక్రియ చతుర్భుజంలో ఎదురెదురు కోణాలు సంపూరకాలు అని నిరూపించవచ్చు.

కృత్యం: వృత్తాకార జియోబోర్డ్‌ను తీసుకొని వివిధ చతుర్భుజాలను నిర్మించి ఈ పట్టికలో పరిశీలనలను నమోదు చేయండి.

$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$	$\angle D$	$\angle A + \angle C$	$\angle B + \angle D$	$\angle A + \angle C = 180^0$ అవునా/కాదా	$\angle B + \angle D = 180^0$ అవునా/కాదా

అనువర్తనాలు:

1. ఎ,బి,సి,డి అనే దీర్ఘచతురస్రం చక్రియం అవుతుందో లేదో నిర్ణయించవచ్చు.
2. ఏయో చతుర్భుజాలు చక్రియాలు అవుతాయో చెప్పగలమా?
3. ఎ,బి,సి,డి చక్రియ చతుర్భుజంలో బిసిను పొడిగించినా $\angle C$ వద్ద బాహ్యకోణానికి, $\angle A$ కు మద్యసంబంధాన్ని వివరిస్తాడు.

44. బీజీయ సమాసాల వ్యవకలనం – జ్యామితీయ పద్ధతి:

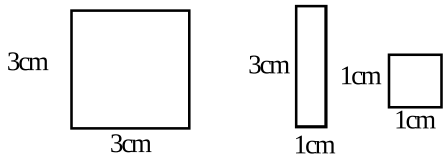
ఉద్దేశ్యం: బీజీయ సమాసాల వ్యవకలనం – జ్యామితీయ పద్ధతి.

పూర్వజ్ఞానం: చతురస్ర వైశాల్యం = (భుజం)^2

దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు

పరికరాలు: బ్లూ, రెడ్ కలర్ షీట్స్, కత్తెరలు, రూలర్, చార్ట్ పేపర్లు.

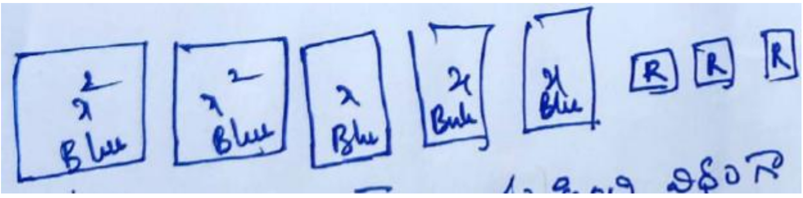
పద్ధతి : 3×3సెం.మీ, 3×1సెం.మీ మరియు 1సెం.మీ × 1సెం.మీ కొలతలు గల వివిధరంగులలో పట్టీలు తయారుచేసుకోవాలి.



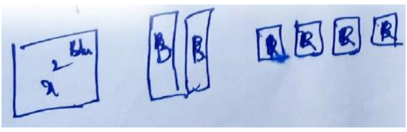
ఉదా: $(2x^2+3x-3)-(x^2+2x-4)$

నీలం రంగులో ఉన్న 3×3 పట్టీ x^2ను, 3×1సెం.మీ లో ఉన్న ఎరుపు రంగు పట్టీ xను, 1×1సెం.మీ పట్టీ +1ను అలాగే ఎరుపు రంగు పట్టీలు వరుసగా $-x^2-x-1$ ను సూచిస్తాయనుకుందాం.

$2x^2+3x-3$ను క్రిందివిధంగా సూచించవచ్చు.



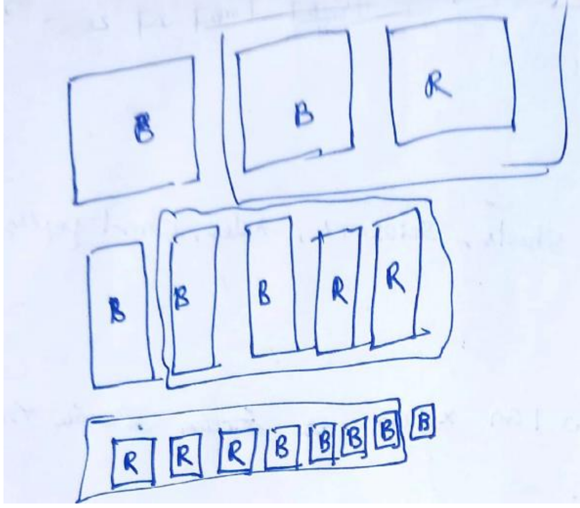
x^2+2x-4ను క్రిందివిధంగా సూచించవచ్చు.



పరిశీలన: వ్యవకలనం చేయడానికి రెండవ సెట్‌ను విలోమం (రంగులు) మార్చాలి. ఒకే రంగులో విభిన్న రంగులలో ఉన్నవాటిని కొట్టేయాలి.

కావున x^2+x+1 సమాధానం అవుతుంది.

ఫలితం: బీజీయ పద్ధతిలో బీజీయ సమాసాల వ్యవకలనం చేయడం జరిగింది.



అనువర్తనాలు: క్రింది వాటిని బిజీయ పద్ధతిలో వ్యవకలం చేసి సమాధానాలు రాయుము.

$(2x2+5x-3)-(x2-2x+4)=?$

$(x2-7x+5)-(3x2-x-5)=?$

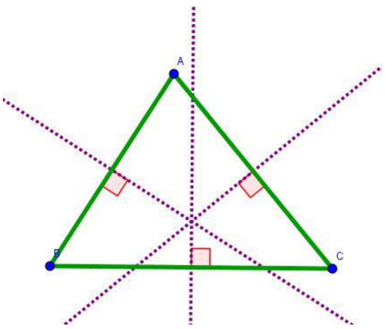
45. పరివృత్త కేంద్రం

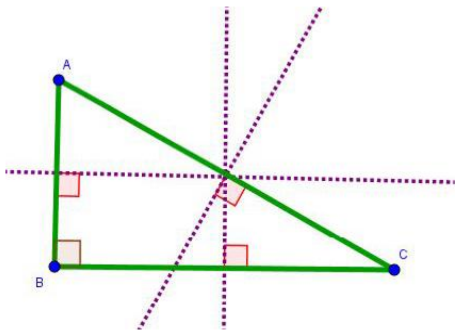
ఉద్దేశ్యము : త్రిభుజంలో పరివృత్త కేంద్రంను గుర్తించుట.

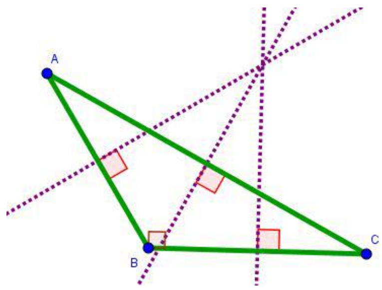
పూర్వజ్ఞానం : రేఖాఖండానికి లంబ సమద్విఖండన రేఖ గీయుట, మిళితరేఖలు.

పరికరాలు : ట్రాన్స్‌పారెంట్ పేపరు, పెన్ను, స్కేలు, కత్తెర మొ॥

పద్ధతి :
i) ట్రాన్స్‌పారెంట్ పేపరుపై ముందుగా అల్పకోణ, అధికకోణ మరియు లంబకోణ త్రిభుజాలను గీయవలెను.
ii) ఒక్కో త్రిభుజంలోని భుజాలకు లంబ సమద్విఖండన రేఖలను గీయవలెను (లేక) లంబ సమద్విఖండన రేఖల వెంబడి మడవవలెను.
iii) త్రిభుజములో 3 భుజాల లంబసమద్విఖండనరేఖలు ఒకే బిందువు వద్ద ఖండించుకొనును.
iv) ఈ లంబ సమద్విఖండన రేఖల మిళిత బిందువును పరివృత్త కేంద్రం అంటారు. పరివృత్త కేంద్రంను 'S' అనే అక్షరంతో సూచిస్తారు.







పరిశీలన :

S.No.	త్రిభుజ రకము	పరివృత్త కేంద్రస్థానం
1.	అల్పకోణ త్రిభుజం	
2.	లంబకోణ త్రిభుజం	
3.	అధికకోణ త్రిభుజం	

విశ్లేషణ : విద్యార్థులు వివిధరకాల త్రిభుజంలో పరివృత్త కేంద్రాలను నిర్మించి త్రిభుజములో ఆ పరివృత్త కేంద్రస్థానాన్ని గుర్తిస్తారు.

ఫలితం :
i) అల్పకోణ త్రిభుజములో పరివృత్త కేంద్రము త్రిభుజం అంతరంలోను,
ii) లంబకోణ త్రిభుజములో పరివృత్త కేంద్రము కర్ణము యొక్క మధ్య బిందువు అవుతుంది.
iii) అధికకోణ త్రిభుజములో పరివృత్త కేంద్రము త్రిభుజము యొక్క బాహ్యంగాను ఉంటుంది.

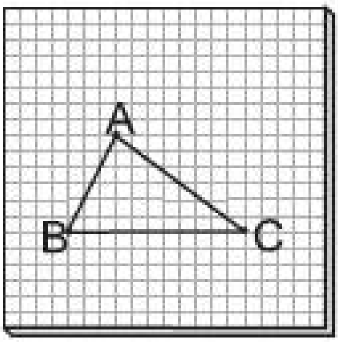
46. ఒకే భూమి, ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్య ఉన్న త్రిభుజాలు

ఉద్దేశ్యం : ఒకే భూమి ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్య ఉన్న త్రిభుజ వైశాల్యాలు సమానం, అని కృత్యాధార పద్ధతిలో నిరూపణ.

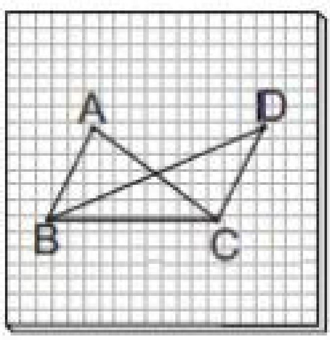
పూర్వజ్ఞానం : సమాంతరరేఖలు, త్రిభుజం, గ్రాఫ్ పేపర్‌ను ఉపయోగించి సంవృత పటాల వైశాల్యాలు కనుగొనుట.

పరికరాలు : 1) జియో బోర్డు, 2) గ్రాఫ్ పేపర్ 3) రబ్బరు బ్యాండ్స్ (వివిధ రంగులు) 4) డ్రాయింగ్ పిన్స్

పద్ధతి :
1) గ్రాఫ్ పేపర్‌ను జియోబోర్డుపై అతికించవలెను.
2) డ్రాయింగ్ పిన్స్ రబ్బరు బ్యాండ్ల సహాయంతో జియోబోర్డుపై ABC త్రిభుజాన్ని ఏర్పరుచుము. పటం (i) లో చూపిన విధంగా
3) AD గుండా పోయేరేఖ BC కి సమాంతరంగా ఉండునట్లు డ్రాయింగ్ పిన్‌ను 'D' వద్ద జియో బోర్డుపై అమర్చుము.
4) రబ్బరు బ్యాండు సహాయంతో (వేరే రంగు) ΔDBC ను ఏర్పరుచుము.
5) ఇప్పుడు ఈ రెండు త్రిభుజాలు ఒకే భూమి BC, ఒకే సమాంతర రేఖలు మధ్యగలవని తెలియవచ్చును.
6) రెండు త్రిభుజాల మధ్యగల యూనిట్ చదరాలను లెక్కించుట ద్వారా ఆ త్రిభుజాల వైశాల్యాలు కనుగొనుము.
7) అదే విధంగా అదే భూమి, అవే సమాంతర రేఖల మధ్య మరో రెండు వేరు వేరు త్రిభుజాలను తీసుకొని వాటి వైశాల్యంను గణించండి. ఆ వైశాల్యాలను క్రింది పట్టికలో పొందుపరుచుము.



పటం (i)



పటం (ii)

పట్టిక :

S.No.	ar (ΔABC)	ar (ΔDBC)	ar (ΔABC) = ar (ΔDBC) అగునా ?
1.			
2.			
3.			

పరిశీలన : పై పట్టిక నుండి అన్ని సందర్భాలలో ar (ΔABC) = ar (ΔDBC)

ఫలితం : ఒకే భూమి ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్యగల త్రిభుజవైశాల్యాలు సమానం.

అనువర్తనం : ఒకే భూమి ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్యన గల సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యాలు సమానం.

Note : 1) వైశాల్యం కనుగొను సందర్భంలో గ్రాఫ్ పేపర్‌లో
- a) పూర్తి యూనిట్ చదరాన్ని, వైశాల్యంలో ఒక చదరపు యూనిట్‌గా తీసుకొనవలెను.
- b) సగం కంటే ఎక్కువగా గల యూనిట్ చదరాన్ని కూడా వైశాల్యంలో ఒక చదరపు యూనిట్‌గా తీసుకొనవలెను.
- c) సగంగా గల యూనిట్ చదరాన్ని వైశాల్యంలో $\frac{1}{2}$ చ॥ యూనిట్‌గా తీసుకొనవలెను.
- d) సగం కంటే తక్కువగా గల యూనిట్ చదరాన్ని వైశాల్యంలో లెక్కించకూడదు.

47. ఒకే భూమి, ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్య సమాంతర చతుర్భుజాలు

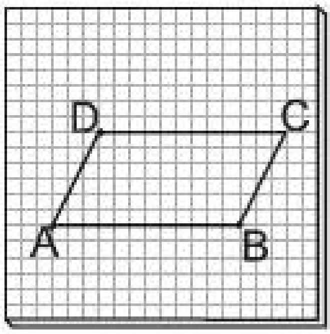
ఉద్దేశ్యం : ఒకే భూమి, ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్య ఉన్న సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యాలు సమానం అని కృత్యాధార పద్ధతిలో నిరూపణ.

పూర్వజ్ఞానం : సమాంతర రేఖలు, సమాంతర చతుర్భుజం, గ్రాఫ్ పేపర్‌ను ఉపయోగించి సంవృత పటాల వైశాల్యాలు కనుగొనుట.

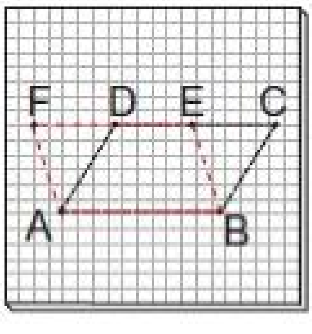
పరికరాలు : 1) జియో బోర్డు, 2) గ్రాఫ్ పేపర్ 3) రబ్బరు బ్యాండ్స్ (వివిధ రంగులు) 4) డ్రాయింగ్ పిన్స్

పద్ధతి :

1) గ్రాఫ్ పేపర్‌ను జియోబోర్డుపై అతికించవలెను.
2) డ్రాయింగ్ పిన్స్ రబ్బరు బ్యాండ్లు సహాయంతో జియోబోర్డుపై ABCD సమాంతర చతుర్భుజాన్ని ఏర్పరుచుము. పటం (i) లో చూపిన విధంగా



3) ABEF ఒక సమాంతర చతుర్భుజం అగునట్లుగా CD రేఖపై సరైనచోట E, F ల వద్ద డ్రెయింగ్ పిన్నులను జియోబోర్డుపై అమర్చుము.
4) వేరేరంగు రబ్బరుబ్యాండు సహాయంతో సమాంతర చతుర్భుజం ABEF ను ఏర్పరుచుము.



5) ఇప్పుడు ఈ రెండు సమాంతర చతుర్భుర్భూలు, ఒకే భూమి AB, ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్యగలవని తెలియుచున్నది.
6) రెండు సమాంతర చతుర్భుజాల అంతరంలో గల యూనిట్ చదరాలను లెక్కించుట ద్వారా, ఆయా సమాంతర చతుర్భుజాల వైశాల్యములు కనుగొనుము.

7) అదే విధంగా ఒకే భూమి, ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్య మరో రెండు వేరు వేరు సమాంతర చతుర్భుజాలను తీసుకొని వాటి వైశాల్యాలను గణించి వాటిని ఈ క్రింది పట్టికలో పొందుపరుచుము.

పట్టిక :

S.No.	ar ($\|^{gm}$ ABCD)	ar ($\|^{gm}$ ABEF)	ar (($\|^{gm}$ ABCD) = ar($\|^{gm}$ ABEF) అగునా ?
1.			
2.			
3.			

పరిశీలన : పై పట్టికలోని విలువలను పరిశీలించగా అన్ని సందర్భాలలో ar ($\|^{gm}$ ABCD)) = ar ($\|^{gm}$ ABEF)

ఫలితం : ఒకే భూమి ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్యగల సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యాలు సమానం.

అనువర్తనం : ఒకే భూమి ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్యన గల త్రిభుజ వైశాల్యాలు సమానం.

Note : : 1) వైశాల్యం కనుగొను సందర్భంలో గ్రాఫ్ పేపర్‌లో

a) పూర్తి యూనిట్ చదరాన్ని, వైశాల్యంలో ఒక చదరపు యూనిట్‌గా తీసుకొనవలెను.

b) సగం కంటే ఎక్కువగా గల యూనిట్ చదరాన్ని కూడా వైశాల్యంలో ఒక చదరపు యూనిట్‌గా తీసుకొనవలెను.

c) సగంగా గల యూనిట్ చదరాన్ని వైశాల్యంలో $\frac{1}{2}$ చ॥ యూనిట్‌గా తీసుకొనవలెను.

d) సగం కంటే తక్కువగా గల యూనిట్ చదరాన్ని వైశాల్యంలో లెక్కించకూడదు.

48. సమాంతర చతుర్భుజ ధర్మాలు

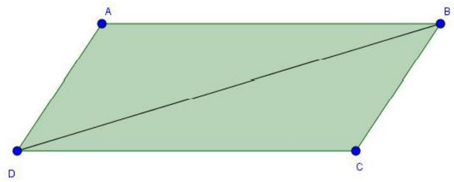
ఉద్దేశ్యము : సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క వివిధ ధర్మాలను నిరూపించుట.

పూర్వజ్ఞానం : సరళకోణం విలువ, సర్వసమాన త్రిభుజాలు.

పరికరాలు : చార్టు, పెన్ను, పెన్సిలు, స్కేలు, కత్తెర, పేపరు, ట్రాన్స్‌పోరెంట్ sheet.

పద్ధతి : i) సమాంతర చతుర్భుజములో ఎదురెదురు భుజాలు సమానము అని నిరూపించుట.
సమాంతర చతుర్భుజములో కర్ణము దానిని రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాలుగా విభజించును.

1. ఒక కార్డు బోర్డు మీద తెల్లకాగితమును అతికించుము.
2. రెండు సర్వసమాన సమాంతర చతుర్భుజములను గీయుము. వాటిని ABCD అని పేరు పెట్టుము.
3. రెండు సమాంతర చతుర్భుజములలో AC ని కలుపుము.
4. రెండు సమాంతర చతుర్భుజములను కత్తిరింపుము.
5. ఇప్పుడు రెండవ సమాంతర చతుర్భుజము ABCD ని AC వెంబడి కత్తిరించుము.

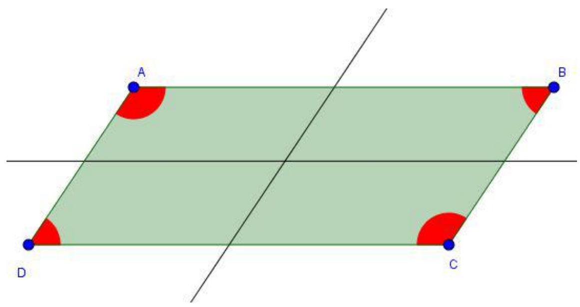


6. ΔCDA మరియు ΔABC ఒకదానితో మరొకటి ఏకీభవించును.
7. ΔCDA లో $\angle A, \angle C$ మరియు D లు ΔCDA లోని, $\angle C, \angle A$ మరియు B లతో వరుసగా ఏకీభవించును.
8. దీనినిబట్టి విద్యార్థులు. సమాంతర చతుర్భుజం (ABCD) లో AB = CD మరియు BC = AD అని గుర్తించును. AC కర్ణము రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాలుగా విభజించును. మరియు ABCD సమాంతర చతుర్భుజములో

   (i) AB = CD (ii) BC = AD అని తమ పరిశీలనలో తెలుసుకొందురు.

(ii) సమాంతర చతుర్భుంలో ఎదురెదురు కోణాలు సమానం :

పద్ధతి : i) రెండు సర్వసమాన సమాంతర చతుర్భుజాలను నిర్మించి వాటిలోని కోణాలను గుర్తించుము.



ii) ఒక సమాంతర చతుర్భుజములోని నాలుగు కోణాలు విడివిడిగా వచ్చేలా కత్తిరించుము.

iii) ఈ కత్తిరించిక నాలుగు భాగాలను, మొదటి గీచిన సమాంతర చతుర్భుజంపై అమర్చుము.

iv) ఇప్పుడు A కోణం C కోణంతో, B కోణం D కోణంతో ఏకీభవించును.

v) కాబట్టి $\angle A = \angle C$ మరియు $\angle B = \angle D$ అని విద్యార్థులు గ్రహించును. కాబట్టి సమాంతర చతుర్భుజంలో ఎదురెదురు కోణాలు సమానం అని నిరూపించబడింది.

(iii) సమాంతర చతుర్భుజంలో ఏ రెండు ఆసన్నకోణాల మొత్తం అయినా 180° కు సమానం

(or)

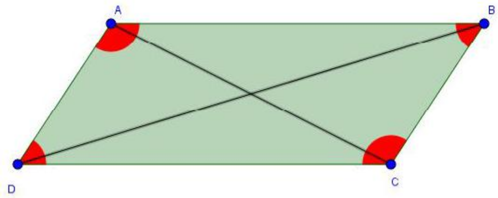
సమాంతర చతర్భుజములో ఆసన్నకోణాలుసంపూరకాలు.

i) ఒక కార్డు బోర్డు తీసుకొని ఒక సమాంతర చతుర్భుజమును నిర్మించుము.

ii) దానిలో నాలుగు కోణాలను నాలుగు రంగులతో గుర్తించుము.

iii) ఈ సమాంతర చతుర్భుజమును నాలుగు భాగాలుగా విభజించుము.

iv) A మరియు B (లేక) B మరియు C (లేక) మరియు C (లేక) D మరియు A లలో ఏ రెండు కోణాల జతలనైనా తీసుకొని వాటిని క్రింది విధంగా అమర్చును.



v) పై పటమును చూచి విద్యార్థులు A మరియు B కోణాలు ఒక సరళకోణాన్ని ఏర్పరచినట్లు గ్రహించును. ఇదే విధంగా B, C (iii) C, D మరియు A, D కూడ సరళకోణాన్ని ఏర్పరచినట్లు పరిశీలించును.

vi) సరళకోణం విలువ 180° కాబట్టి.

$\angle A + \angle B = 180°, \angle B + \angle C = 180°, \angle C + \angle D = 180°,$ మరియు $\angle D + \angle A = 180°$ అని గ్రహించును.

(iv) సమాంతర చతుర్భుజంలో కర్ణాలు సమానం కాదు. మరియు సమాంతర చతుర్భుజంలో కర్ణాలు సమద్విఖండన చేసుకొనును.

i) ఒక చార్టుపై ఒక సమాంతర చతుర్భుజమును గీయుము.

ii) ఒక ట్రాన్స్‌పారెంటు పేపరుపై మరియొక సమాంతర చతుర్భుజము (పైన గీచిన దానికి సర్వసమానంగా ఉండునట్లు) గీయుము.

iii) కార్డుబోర్డుపై గీచిన సమాంతర చతుర్భుజంలోని AC పై ట్రాన్స్‌పారెంట్ పేపరుపై గీచిన BD పై ఉండునట్లు సరిచేయుము.

iv) అవి రెండు ఒకదానితో మరొకటి ఏకీభవించవు.

v) దీనిని బట్టి సమాంతర చతుర్భుజంలో కర్ణాలు సమానం కాదు అని నిరూపించవచ్చు. పైన గీచిన రెండు సమాంతర చతుర్భుజములలో

(v) AC మరియు BD లను కలుపుము, వాటి ఖండన బిందువు 'O' గా గుర్తించుము.

i) ఇప్పుడు చార్టుపై గీచిన ABCD సమాంతర చతుర్భుజంలోని OA పై ట్రాన్స్‌పారెంట్ పేపరుపై గీచిన OC ని ఉంచుము. రెండింటిలో O బిందువు O తో, A బిందువు C తో ఏకీభవించును.

ii) అదే విధంగా మనం OB, OD లు కూడా ఏకీభవించుట గమనించవచ్చు.

iii) దీనిని బట్టి OA = OC మరియు OB = OD అని గ్రహించవచ్చు.

iv) సమాంతర చతుర్భుజములో కర్ణాలు సమద్విఖండన చేసుకొనును అని విద్యార్థులు తెలుసుకుందురు.

v) రెండు కర్ణాలు మధ్య కోణమును చూచిన అది 90° కన్నా ఎక్కువగాని, తక్కువగాని ఉన్నట్లు విద్యార్థులు గ్రహిస్తారు.

vi) కాబట్టి సమాంతర చతుర్భుజములో కర్ణాలు లంబసమద్విఖండన చేసుకొనవు అని విద్యార్థులు గ్రహిస్తారు.

పట్టిక :

S.No.	కొలత	కొలత	కొలత	కొలత	సంబంధం
1	AB =	CD =	BC =	AD =	
2	$\angle A =$	$\angle B =$	$\angle C =$	$\angle D =$	
3	AC =	BD =	–	–	
4	OA =	OB =	OC =	OD =	
5	$\angle AOB =$	$\angle BOC =$	$\angle COD =$	$\angle DOA =$	

పరిశీలన : విద్యార్థులు ABCD సమాంతర చతుర్భుజంలో

i) AB = CD, BC = AD అని

ii) $\angle A = \angle C$ మరియు $\angle B = \angle D$ అని

iii) (i) $\angle A + \angle B = 180^\circ$ (or) (ii) $\angle B + \angle C = 180^\circ$ (or)

(iii) $\angle C + \angle D = 180^\circ$ (iv) $\angle D + \angle A = 180^\circ$

iv) $AC \neq BD$

v) OA = OB మరియు OC = OD అని

vi) $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ అని

vii) $\angle AOD$ (or) $\angle BOA$ (or) $\angle COD$ (or) $\angle BOC$ లంబకోణాలు కాదని లేక $\overline{AC}$ మరియు $\overline{BD}$ లు లంబరేఖలు కాదని తమ స్వీయ పరిశీలనలో తెలుసుకుంటారు.

విశ్లేషణ : విద్యార్థులు సమాంతర చతుర్భుజ ధర్మాలను ఇతర చతుర్భుజాల ధర్మాలతో పోల్చి వాటిని విశ్లేషిస్తారు.

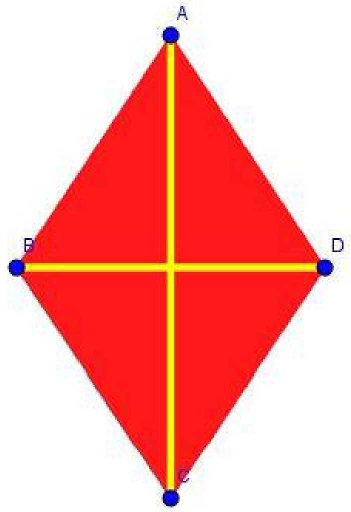
అనువర్తనాలు : విద్యార్థులు అనేక సమస్యల సాధనలో సమాంతర చతుర్భుజ ధర్మాలను ఉపయోగించి వాటిని సులభంగా సాధించును.

49. రాంబస్ ధర్మాలు

ఉద్దేశ్యము : సమ చతుర్భుజము (లేక) రాంబస్ యొక్క ధర్మాలను నిరూపణ ద్వారా తెలుసుకొనుట.

పూర్వజ్ఞానం : కోణాల విలువ, సర్వసమాన త్రిభుజాలు.

పరికరాలు : చార్టు, పెన్ను, పెన్సిలు, స్కేలు, కత్తెర, పేపరు, ట్రాన్స్‌పారెంట్ పేపరు కత్తెర మొ॥



పద్ధతి :

i) రాంబస్‌లో అన్నిభుజాలు సమానం.

ii) రాంబస్‌లో ఎదురెదురు కోణాలు సమానం.

iii) ఏ రెండు ఆసన్నకోణాల మొత్తం అయినా 180°

iv) కర్ణాల పొడవులు సమానం కాదు.

v) కర్ణాలు లంబ సమద్విఖండన చేసుకొనును.

vi) ప్రతి కర్ణము రాంబస్‌ను రెండు సర్వసమాన సమద్విబాహు త్రిభుజాలుగా విభజించును.

vii) రెండు కర్ణాలు రాంబస్‌ను 4 సర్వసమాన లంబకోణ త్రిభుజాలుగా విభజించును.

పై ధర్మాలను సమాంతర చతుర్భుజమును నిరూపించినట్లే రాంబస్‌కి కూడా నిరూపించవచ్చు.

పట్టిక :

S.No.	కొలత	కొలత	కొలత	కొలత	సంబంధం
1	AB =	CD =	BC =	AD =	
2	$\angle A$ =	$\angle B$ =	$\angle C$ =	$\angle D$ =	
3	AC =	BD =			
4	OA =	OB =	OC =	OD =	
5	$\angle AOB$ =	$\angle BOC$ =	$\angle COD$ =	$\angle DOA$ =	

పరిశీలన : ABCD రాంబస్‌లో

i) AB = CD, BC = AD

ii) $\angle A = \angle C$ మరియు $\angle B = \angle D$ అని

iii) $\angle A + \angle B = 180°; \angle B + \angle C = 180°$; $\angle C + \angle D = 180°$ and $\angle D + \angle A = 180°$

iv) $AC \neq BD$

v) $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ మరియు $\Delta ADC \cong \Delta ABC$

vi) $AC \perp BD$ అని విద్యార్థులు తమ పరిశీలనలో తెలుసుకుంటారు.

vii) OC = OA మరియు OB = OD

విశ్లేషణ : విద్యార్థులు వివిధ చతుర్భుజ ధర్మాలను ఒకదానితో మరొకటి పోల్చి విశ్లేషిస్తారు.

అనువర్తనాలు : విద్యార్థులు నిత్యజీవితంలో మరియు జ్యామితికి సంబంధించిన వివిధ సిద్ధాంతాల నిరూపణలో ఈ ధర్మాలను ఉపయోగించి సమస్యలను సులభంగా సాధిస్తారు మరియు సిద్ధాంతాలను నిరూపిస్తారు.

50. త్రిభుజ గురుత్వకేంద్రం

ఉద్దేశ్యము : ఒక త్రిభుజములో గురుత్వ కేంద్రమును గుర్తించుట.

పూర్వజ్ఞానం : మధ్యగత రేఖ, మిళితరేఖలు, మిళిత బిందువు.

పరికరాలు : చార్టు, పెన్ను, కత్తెర మొ॥

పద్ధతి :

i) ఒక చార్టుపై ఒక త్రిభుజాన్ని గీయుము. దానిని కత్తిరించుము.

ii) త్రిభుజంలోని ప్రతి భుజానికి మధ్య బిందువులను గుర్తించుము.

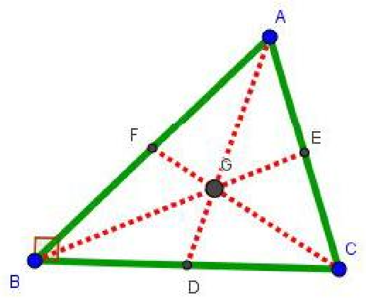
iii) ప్రతి శీర్షము నుండి దాని ఎదురుగా ఉన్న భుజం యొక్క మధ్య బిందువును కలుపుతూ చార్టును మడువుము.

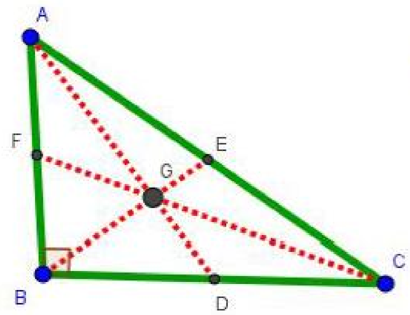
iv) ఇదే విధంగా మిగిలిన రెండు శీర్షముల నుండి వాటి యొక్క ఎదురు భుజాల మధ్య బిందువులను కలుపునట్లు పేపరును మడువుము.

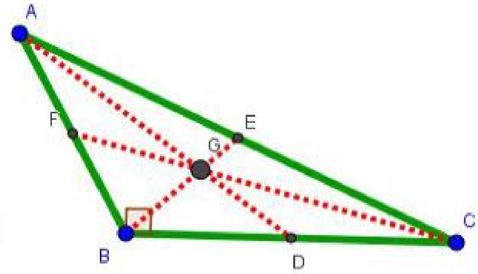
v) ఈ మూడు రేఖలు ఒకే బిందువు వద్ద ఖండించుకుంటాయి.

vi) ఈ ఖండన బిందువునే మనం గురుత్వ కేంద్రం అంటాము.

vii) గురుత్వకేంద్రము ‘G’ అనే అక్షరంలో సూచిస్తారు.







పరిశీలన : విద్యార్థులు తమ స్వీయ అనుభవం ద్వారా గురుత్వ కేంద్రాన్ని గురుత్వకేంద్రాన్ని గుర్తిస్తాయి. వివిధ రకాల త్రిభుజాలలో అది ఏ స్థానంలో ఉందో స్వయంగా చెబుతారు. మరియు గురుత్వకేంద్రం ఏ త్రిభుజంలోనైనా అంతరంలోనే విద్యార్థులు గరుత్వ కేంద్రంను వివిధరకాల త్రిభుజాలలో ఏ, ఏ స్థానంలో ఉందో తెలుసుకొని ఫలితాన్ని విశ్లేషిస్తారు.

అనువర్తనాలు : విద్యార్థులు గురుత్వ కేంద్రంకు సంబంధించిన సమస్యల సాధన చేసేటప్పుడు తాము నేర్చుకున్న నియమాలను ఉపయోగించి సులభంగా వాటిని సాధిస్తారు.

51. జ్యామితీయ పద్ధతిలో వర్గసమాసాల కారణాంక విభజన

లక్ష్యం

(ఉద్దేశ్యము) : $Ax^2 + Bx + C$ రూపంలో ఉండే వర్గసమాసాల కారణాంక విభఝన

ఉదా: 1) $x^2 + 5x + 6$

2) $x^2 - x - 6$

3) $2x^2 - 7x + 6$

పూర్వజ్ఞానం : సమాసాల కారణాంక విభజనపై అవగాహన.

కావలసిన

పరికరాలు : కార్డ్‌బోర్డ్ షీట్స్, రంగులు, హెక్సాబ్లేడు, స్కెచ్‌పెన్స్.

తయారు

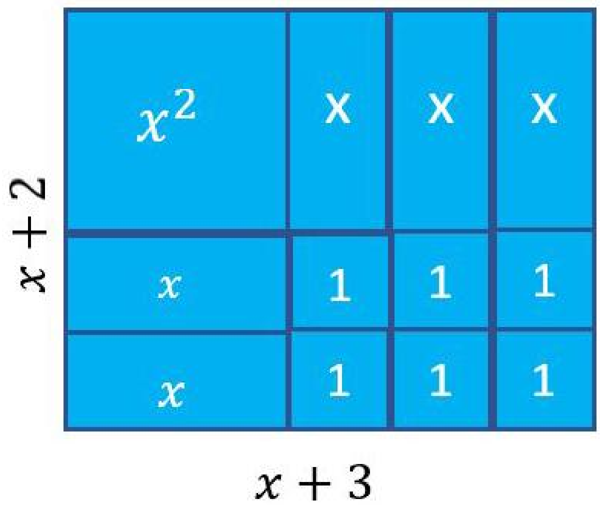
చేయువిధానం : $x^2 + 5x + 6$ అనే వర్గసమాసం యొక్క కారణాంక విభజన చేయుటలో మనకు x భుజంగా కల్గిన చతురస్రం, $x \times 1$ కొలతలతో 5 దీర్ఘచతురస్రాలు, 1×1 కొలతలుతో 6 చతురస్రాలను కత్తిరించవలెను.

నిర్వహించు

విధానం : పై ముక్కలను ఉపయోగించి ఒక దీర్ఘచతురస్రాన్ని ప్రక్కపటంలో చూపిన విధంగా అమర్చవలెను. దీని పొడవు, $x + 2$ వెడల్పు $x + 3$ అగును.

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు

$= (x+2)\ (x+3)$ —— (1)



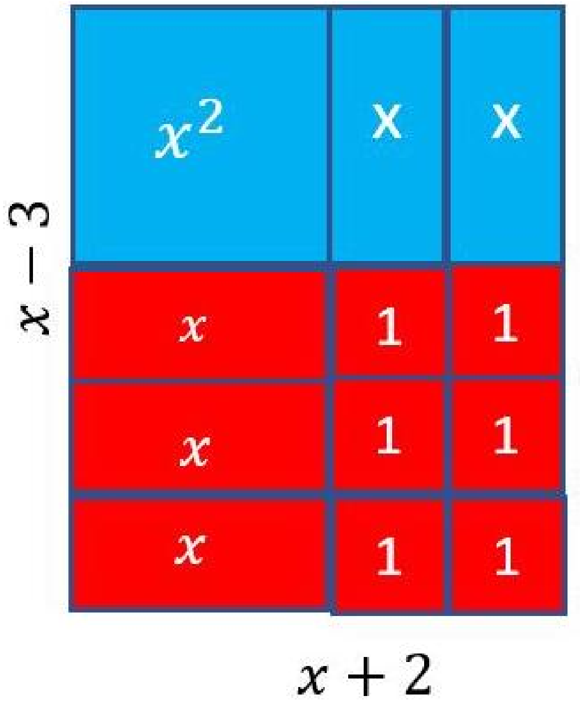
కాని ఈ దీర్ఘచతురస్రాలనందలి వివిధ భాగాల వైశాల్యాల మొత్తం

$x^2 + x + x + x + x + x + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$

$= x^2 + 5x + 6$ —— (2)

(1), (2) ల నుంచి $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)\ (x + 3)$ అని గమనించవచ్చు.

ఇదే విధంగా $x^2 - x - 6$, $2x^2 - 7x + 6$ లను ఏ విధంగా జ్యామితీయ పద్ధతిలో కారణాంక విభజన చేయగలమో క్రింది పటాల ద్వారా వివరించవచ్చు.



అనువర్తనాలు : 1) ఇచ్చిన వర్గ సమాసంకు కారణాంకాలు విభజించి శూన్యాలు కనుగొనవచ్చు.

2) నిజజీవితంలో బీజగణితమునకు మరియు జ్యామితికి మధ్య సంబంధమును విశ్లేషిస్తాడు.

3) ఈ పద్ధతిని బీజీయ సమాసాల గుణకారానికి ఉపయోగించవచ్చు.

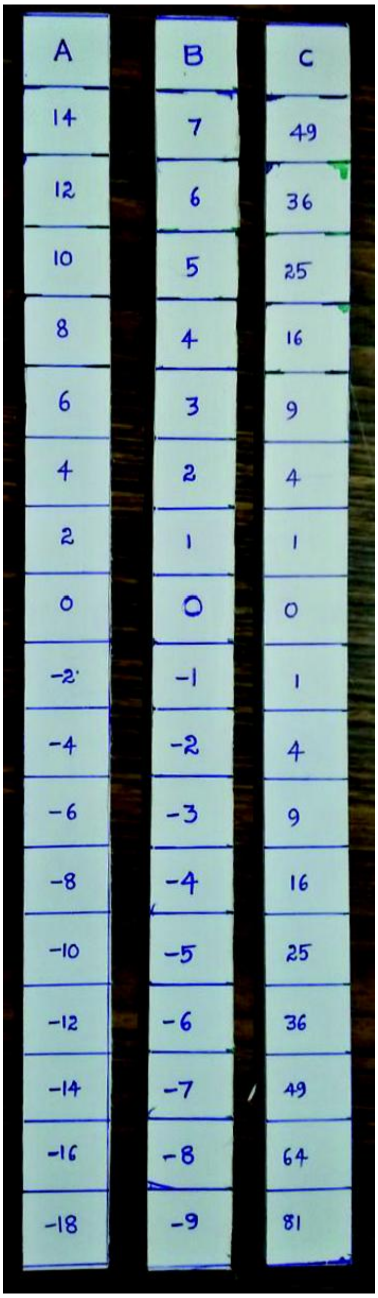
52. వర్గసమీకరణాలను సులభ పద్ధతిలో సాధించుట

ఉద్దేశ్యము : వర్గ సమీకరణానికి సాధన కనుగొనుట.

పూర్వజ్ఞానం : వర్గసమీకరణానికి గరిష్ఠంగా రెండు సాధనలు ఉంటాయి.

పరికరాలు : పొడవైన చెక్కలు, స్కెచ్ పెన్‌లు.

పద్ధతి : మూడు పొడవైన దీర్ఘ చతురస్రాకార చెక్కలను తీసుకోవాలి. వాటికి వరుసగా A, B, C అని పేరుపెట్టాలి.



$x^2 + 6x + 8 = 0$ అనే వర్గ సమీకరణాన్ని తీసుకుందాం.

Step 1 : మొదట B లోని '0' విలువను 'x' యొక్క గుణకము 6 ను A లో ఏకీభవింపచేయాలి.

Step 2 : A లోని 6, B లోని 0 ఏకీభవించే విధానం C లోని 9తో ఏకీభవించును.

Step 3 : సమీకరణంలోని స్థిరపదం '8'ని 9లో తీసివేస్తే '1' వచ్చును. C లోని '1' వచ్చును. C లోని '1' – B లో –2, –4 లతో ఏకీభవించును.

Step 4 : –2, –4 లు వీటికి సాధనలు అగును. అపుడు కారణాంకాలు (x + 2) (x + 4) అగును.

పరిశీలన : పై విధానములో విద్యార్థి సంఖ్యారేఖను గుర్తిస్తాడు. సంఖ్యల గుణిజాలు, సంఖ్యల వర్గాలు గమనిస్తాడు. సాధనలు గుర్తించి, కారణాంకాలు కనుక్కుంటాడు.

విశ్లేషణ : సంఖ్యారేఖలను విస్తరించి వాటిని ఉపయోగించి, వాటిని విశ్లేషించి, సంఖ్యలు ఎలా ఏకీభవిస్తాయో గమనిస్తాడు. సంఖ్యల ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమాన్ని గమనిస్తాడు. వర్గసంఖ్యలను విశ్లేషించి వాటికి వర్గమూలాలు కనుక్కుంటాడు. బేసి వర్గసంఖ్యలు, సరి వర్గసంఖ్యలు కనుక్కుంటాడు.

ఫలితం : వర్గ సమీకరణం శూన్యవిలువలు, కారణాంకాలు రాబట్టగల్గుతాడు.

అనువర్తనాలు : వర్గసమీకరణాల పద్ధతిని ఘన సమీకరణాల పద్ధతికి శూన్యాలు కనుగొనుటకు అనువర్తింప చేయవచ్చు.

53. బహుభుజుల నమూనాలు

ఉద్దేశ్యము : బహుభుజుల నమూనాలు తయారీ

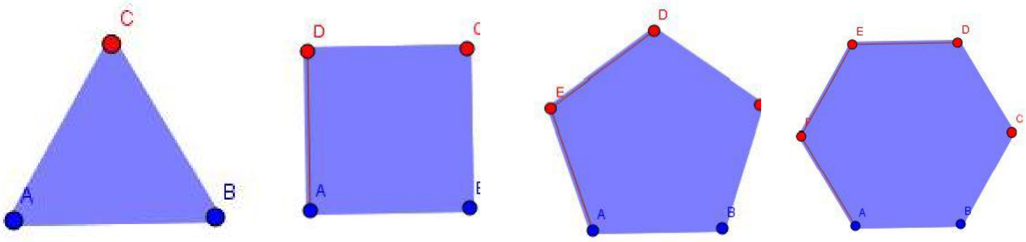
పూర్వజ్ఞానం : భుజాల సంఖ్యను బట్టి బహుభుజుల పేర్లు

పరికరాలు : టూత్‌సీక్స్, వాల్వ్‌ట్యూబ్

పద్ధతి :

H వాల్వ్‌ట్యూబ్‌లను కావలసినవిధంగా కత్తిరించుకోవాలి.

H వాటిని క్రింది బహుభుజులుగా అమర్చాలి.



త్రిభుజం **చతుర్భుజం** **పంచభుజి** **షడ్భుజి**

H ఇలా బహుభుజుల సంఖ్యను

పరిశీలన : ప్రతి బహుభుజి శీర్షం వద్ద రెండు భుజాలను నొక్కాలి. వాటి ఆకారం మార్పును నమోదుచేయాలి.

బహుభుజి	నొక్కినపుడు ఆకారం మార్పు (జరిగింది / జరగలేదు)
త్రిభుజం	
చతుర్భుజం	
పంచభుజి	
షడ్భుజి	
....	
....	

ఫలితం : అన్ని బహుభుజుల ఆకారాలను తయారుచేయడం జరిగినది. అన్ని బహుభుజులలో త్రిభుజము గట్టి నిర్మాణం కల్గియుండునని తెలుసుకోవడం జరిగింది.

అనువర్తనాలు : చాలా నిర్మాణాలలో త్రిభుజాకృతిలో (**ఉదా :** బ్రిడ్జల ఆధారాలు, టవర్‌లు) నిర్మించడానికి దాని గట్టి నిర్మాణమే కారణం.

54. ఒకే భూమి, ఒకే సమాంతరరేఖల మధ్య గల త్రిభుజం, సమాంతర చతుర్భుజం.

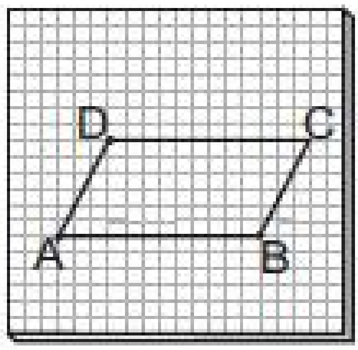
ఉద్దేశ్యము : ఒకే భూమి, ఒకే సమాంతరరేఖల మధ్య ఒక త్రిభుజము, ఒక సమాంతర చతుర్భుజం ఉన్న త్రిభుజ వైశాల్యం సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యంలో సగం ఉంటుంది అని కృత్యాధార పద్ధతిలో చూపుట.

పూర్వజ్ఞానం : త్రిభుజం, సమాంతర చతుర్భుజం, గ్రాఫ్ పేపర్ ఉపయోగించి సంవృత పటాల వైశాల్యాలు కనుగొనుట.

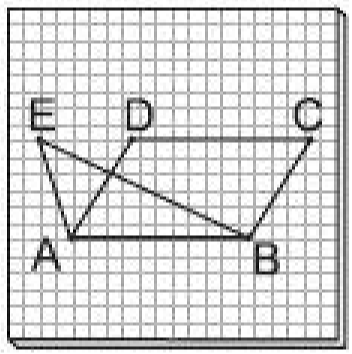
పరికరాలు : 1) జియో బోర్డు, 2) గ్రాఫ్ పేపర్ 3) రబ్బరు బ్యాండ్లు 4) డ్రాయింగ్ పిన్నులు.

పద్ధతి :

1) జియోబోర్డుపై గ్రాఫ్ పేపర్‌ను అతికించవలెను.
2) డ్రాయింగ్ పిన్నులు, రబ్బరు బ్యాండ్ల సహాయంతో ABCD సమాంతర చతుర్భుజాన్ని జియోబోర్డుపై ఏర్పరుచుము.



3) CD రేఖపై ఉండేటట్లు E వద్ద డ్రాయింగ్ పిన్నును గుచ్చి వేరే రంగు రబ్బరు బ్యాండుతో ΔABE ను ఏర్పరుచుము.



4) పటం నుండి ABCD సమాంతర చతుర్భుజనము, ΔABE లు ఒకే భూమి ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్య ఉన్నాయి.
5) గ్రాఫ్‌పై గల ΔABE, సమాంతర చతుర్భుజము ABCD అంతరంలో గల యూనిట్ చదరాలను లెక్కించి, ΔABE, సమాంతర చతుర్భుజము ABCD వైశాల్యాలను క్రింది పట్టికలో పొందుపరుచుము. ఇదేవిధంగా మరొక సమాంతర చతుర్భుజం, త్రిభుజంను తీసుకొని వాటి వైశాల్యాలను క్రింది పట్టికలో నమోదు చేయుము.

పట్టిక :

S.No.	ar (ΔABE)	ar $(\|\|^{gm} ABCD)$	ar $(\frac{1}{2}\|\|^{gm} ABCD)$	ar$(\Delta ABE = \frac{1}{2}\|\|^{gm} ABCD)$ అగునా ?
1.				
2.				

పరిశీలన : పై పట్టిక నుండి ar $(\Delta ABE) = \frac{1}{2}$ ar $(\|^{gm} ABCD)$

ఫలితం : పై కృత్యం నుండి ఒకే భూమి ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్య ఒక త్రిభుజం, ఒక సమాంతర చతుర్భుజం ఉన్నచో త్రిభుజ వైశ్యాల్యం ఆ సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యంలో సగం ఉండును.

అనువర్తనాలు : ఇదే విధంగా ఒకే భూమి, ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్య గల దీర్ఘచతురస్రం, సమాంతర చతుర్భుజాల వైశాల్యము మధ్య సంబంధం కనుగొనుము.

55. అంతర వృత్తకేంద్రము

ఉద్దేశ్యము : వివిధ త్రిభుజాలలో అంతరవృత్త కేంద్రాన్ని గుర్తించుట.

పూర్వజ్ఞానం : కోణ సమద్విఖండన రేఖ, మిళిత బిందువు

పరికరాలు : Chart, Pen, Pencil, Scissor

పద్ధతి :

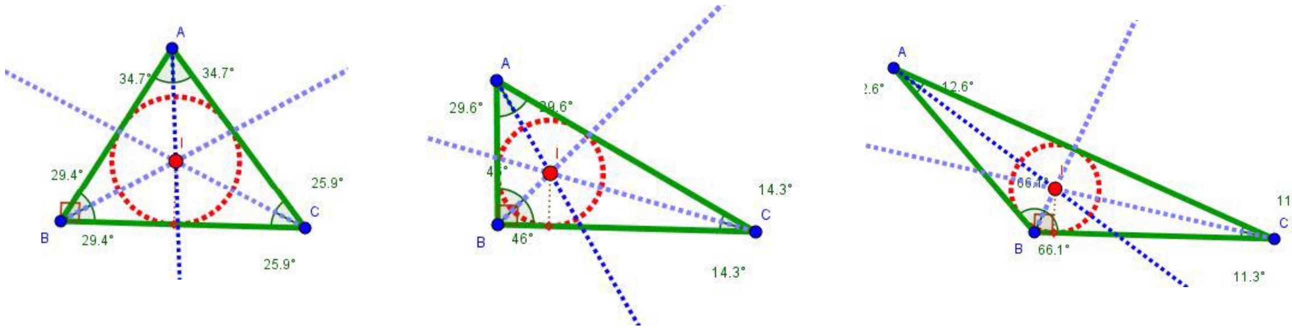
i) ఒక చార్టుపై అల్పకోణ, అధికకోణ మరియు లంబకోణ త్రిభుజాలను గీయుము.

ii) పై మూడు త్రిభుజాలను కత్తిరించి వాటి యొక్క కోణ సమద్విఖండన రేఖలు వెంబడి మడవవలెను.

iii) ప్రతి త్రిభుజములో మూడు కోణ సమద్విఖండన రేఖలు ఒక బిందువు వద్ద ఖండించుకుంటాయి.

iv) ఈ కోణ సమద్విఖండన రేఖల మిళిత బిందువును అంతర వృత్త కేంద్రం అంటారు.

v) అంతర వృత్త కేంద్రాన్ని 'I' అనే అక్షరంతో సూచిస్తారు.



పరిశీలన :

S.No.	త్రిభుజ రకం	పరివృత్త కేంద్రస్థానము
1.	అల్పకోణ త్రిభుజం	
2.	లంబకోణ త్రిభుజం	
3.	అధికకోణ త్రిభుజం	

ఏ త్రిభుజంలోనైనా పరివృత్త కేంద్రం త్రిభుజ అంతరంలోనే ఉంటుందని గ్రహిస్తాడు.

విశ్లేషణ : వివిధ త్రిభుజాలలో పరివృత్త కేంద్రస్థానాన్ని గుర్తించి సులభంగా విశ్లేషణ చేస్తారు.

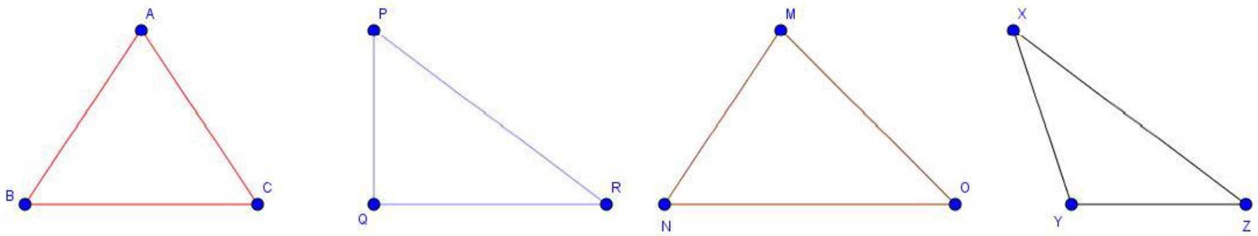
అనువర్తనాలు : నిజ జీవితంలో అంతరవృత్త కేంద్రాన్ని సంబంధించిన సమస్యలను సులభంగా విద్యార్థులు సాధిస్తారు.

56. త్రిభుజ భుజాల అసమానతల ధర్మాలు

ఉద్దేశ్యము : i) త్రిభుజంలో ఏ రెండు భుజముల మొత్తము ఐన మూడవ భుజము కన్నా ఎక్కువ అని నిరూపించుట.
ii) త్రిభుజంలో ఏ రెండు భుజముల బేధమైన మూడవ భుజము కన్నా తక్కువ అని నిరూపించుట.

పూర్వజ్ఞానం : కూడిక మరియు తీసివేతకు సంబంధించిన పూర్వజ్ఞానం.

పరికరాలు : దీర్ఘ చతురస్రాకార రంధ్రాలతో కూడిన పట్టీలు, స్క్రూలు.



పద్ధతి :
1) ముందుగా మూడు రంధ్రాలతో కూడిన దీర్ఘచతురస్రాకార పట్టీలు 3 స్క్రూలతో ఒక త్రిభుజాన్ని తయారుచేయాలి.
2) ఒక విద్యార్థిని పిలిచి ఒక్కో భుజానికి ఎన్ని రంధ్రాలు ఉన్నాయో లెక్కించమని చెప్పాలి. ఏ రెండు రంధ్రాల మధ్య దూరమైన 1 సెం.మీ.గా తీసుకోవాలి.
3) విద్యార్థి రంధ్రాలను లెక్కించి ఒక్కొక్క భుజం కొలతను చెబుతారు.
4) రెండు రెండు భుజాల కొలతలను తీసుకొని వాటిని 3వ భుజం కొలతతో పోల్చి ఏది ఎక్కువ, ఏది తక్కువ. (లేక) రెండు సమానమా అని సరిచూస్తారు. ఇదే విధంగా 3 సార్లు సరిచూస్తారు.
5) అదేవిధంగా రెండు భుజముల బేధమును కూడ మూడవ భుజం యొక్క కొలతతో పోల్చి ఏది ఎక్కువ, ఏది తక్కువ (లేక) రెండూ సమానమా అని సరిచూస్తారు.

పరిశీలన :

S.No.		త్రిభుజం పేరు	భుజం కొలత	భుజం కొలత	భుజం కొలత	పరిశీలన-1
పెద్దదాని నుంచి చిన్నది తీసివేయాలి						**పరిశీలన-2**
1	ΔABC	AB =	BC =	AC =	AB + BC = BC + AC = AC + AB =	AB – BC = BC – AC = AC – AB =
2	ΔPQR	PQ =	QR =	PR =	PQ + QR = QR + PR = PR + PQ =	PQ – QR = QR – PR = PR – PQ =
3	ΔMNO	MN =	NO =	MO =	MN + NO = NO + MO = MN + OM =	MN – NO = NO – MO = MN – OM =
4	ΔXYZ	XY =	YZ =	ZX =	XY + YZ = YZ + ZX = ZX + XY =	XY – YZ = YZ – ZX = ZX – XY =

పై పట్టికను పరిశీలించి విద్యార్థులు

1) త్రిభుజంలో ఏ రెండు భుజాల కొలతలు మొత్తం అయినా మూడవ భుజం కొలత కన్నా ఎక్కువ అని.

2) త్రిభుజంలో ఏ రెండు భుజముల బేధము అయినా మూడవ భుజం కొలత కన్నా తక్కువ అని నిరూపిస్తారు.

విశ్లేషణ : విద్యార్థులు వివిధ త్రిభుజాలలో పై రెండు నియమాలను పరిశీలించి ఫలితాన్ని తమ సొంతమాటలతో విశ్లేషణ చేస్తారు.

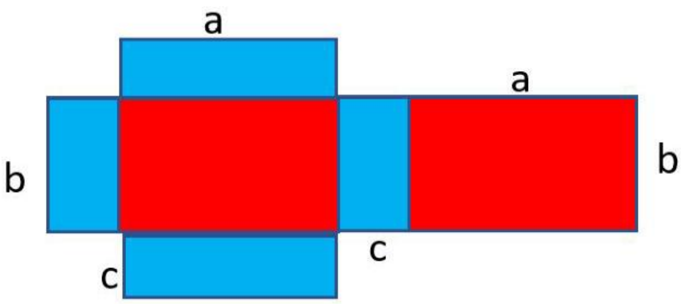
అనువర్తనాలు : ఒక త్రిభుజాన్ని నిర్మించటానికి భుజాలు కొలతలు ఇచ్చిన ఆ కొలతలతో త్రిభుజాన్ని నిర్మించగలమా? నిర్మించలేమా ? అది దానిని నిర్మించాకనే విద్యార్థులు పై నియమాల ద్వారా చెప్పగలుగుతారు.

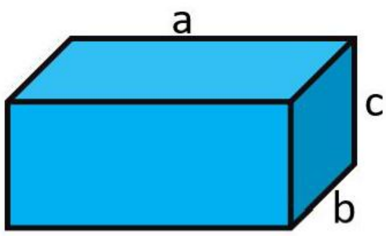
57. దీర్ఘఘనం సంపూర్ణతల వైశాల్యం

ఉద్దేశ్యము : దీర్ఘఘనం యొక్క ఉపరితల వైశాల్యంనకు సూత్రంను రాబట్టుట.

పరికరాలు : మందమైన చార్ట్, సెల్లో టేపు, కట్టర్, స్కేలు, స్కెచ్‌పెన్, పెన్సిల్, తెల్లకాగితం.

పద్ధతి :
1) మందమైన చార్ట్ ముక్కను కావలసిన సైజులో తీసుకొందాము.
2) క్రింది పటంలో చూపిన విధంగా a యూనిట్లు × b యూనిట్లు కొలతలు గల రెండు దీర్ఘ చతురస్రాలను b యూనిట్లు × c యూనిట్లు కొలతలు గల రెండు దీర్ఘ చతురస్రాలను మరియు c యూనిట్లు × a యూనిట్లు కొలతలు గల రెండు దీర్ఘచతురస్రాలను మందమైన చార్టుపై గీయండి.
3) ఆరు దీర్ఘచతురస్రాలను పటంలో చూపిన చుక్కల గీతల వెంబడి మడతవేస్తే దీర్ఘఘనాకారం ఆకారం వస్తుంది.





4) a యూనిట్లు × b యూనిట్లు కొలతలు గల దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం = ab యూనిట్లు
5) b యూనిట్లు × c యూనిట్లు కొలతలు గల దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం = bc యూనిట్లు
6) c యూనిట్లు × a యూనిట్లు కొలతలు గల దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం = ca యూనిట్లు
7) దీర్ఘఘనం యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము = 2 × ab + 2 × bc + 2 × ca = 2(ab + bc + ca)

పరిశీలన : పై కృత్యములో a, b, c కొలతలను స్కేలు సహాయంతో కొలుస్తూ మరియు a, b, c కొలతలను మారుస్తూ క్రింది పట్టికను పూరించండి.

వరుస సంఖ్య	a	b	c	ab	bc	ca	2(ab + bc + ca)
1	1	2	3	2	6	3	2(11) = 22
2							
3							

ఫలితం : a, b, c కొలతలు గల దీర్ఘఘనం యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం = 2(ab + bc + ca) గా నిర్ధారించబడింది.

అనువర్తనం : పై కృత్యంలో a = b = c గా తీసుకొంటే దీర్ఘఘనం ఘనంగా మారుతుంది. కావున ఘనం ఉపరితలవైశాల్యం = $2[a \,.\, a + a \,.\, a + a \,.\, a] = 2[a^2 + b^2 + c^2] = 2(3a^2) = 6a^2$

58. గోళము ఘనపరిమాణం

ఉద్దేశ్యము : ఒకే భూవ్యాసార్ధము, ఒకే ఎత్తు గల శంఖువు, ఘనపరిమాణం ఆధారంగా గోళం ఘనపరిమాణంనకు సూత్రం రాబట్టుట.

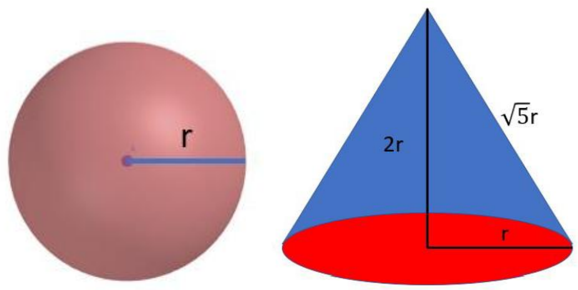
పూర్వజ్ఞానం :

- H త్రిపరిమాణ (3D) వస్తువులయిన శంఖువు, గోళములకు సంబంధించిన అవగాహన.
- H శంఖువు ఘనపరిమాణం సూత్రం $=\frac{1}{3}\pi r^2 h$
- H శంఖువు ఏటవాలు ఎత్తు $l=\sqrt{r^2+h^2}$

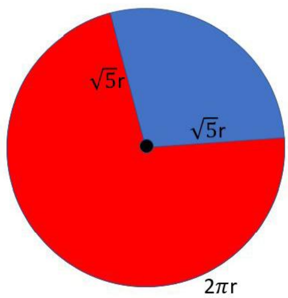
కావలసిన పరికరములు : ప్లాస్టిక్ బాల్, దారం, దళసరి చార్ట్ కాగితం, టేపు, కత్తెర, వృత్తలేఖిని, స్కేలు, ఇసుక.

తయారీవిధానం:

- H ఒక ప్లాస్టిక్ బాల్ తీసుకొని దారం సహాయంతో వృత్తపరిధి కనుగొని తద్వారా గోళం వ్యాసార్థం (సుమారుగా) r కనుగొనాలి.



- H $\sqrt{5}r\left(\sqrt{5}=2.236\right)$ యూ॥ వ్యాసార్థంగా గల వృత్తాన్ని దళసరి కాగితంపై గీసి కత్తిరించవలెను.
- H ఇదివరలో తీసుకొనబడిన దారం (పొడవు $2\pi r$) పొడవుకు సమాన పొడవు గల చాపం కల్గిన సెక్టరు కత్తిరించవలెను.
- H ఈ సెక్టరు రెండు చివరలు కలిపి శంఖువును తయారుచేయవలెను.



నిర్వహించు విధానం : ఇసుకను ఉపయోగించి గోళము, శంఖువుల ఘనపరిమాణములు పోల్చిన రెండు శంఖువుల ఇసుక ఘనపరిమాణం ఒక గోళం ఘనపరిమాణంనకు సమానం అగును.

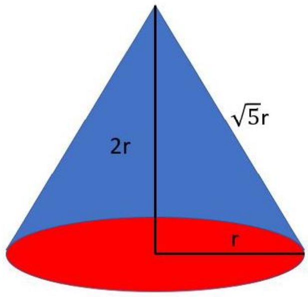
వివరణ : గోళం వ్యాసార్ధం = శంఖువు వ్యాసార్ధం = r గా తీసుకొనబడినది.

శంఖువు ఎత్తు = గోళం వ్యాసం = 2r

శంఖువు ఏటవాలు ఎత్తు $=\sqrt{r^2+(2r)^2}=\sqrt{5r^2}=\sqrt{5}\cdot r$

శంఖువు ఘనపరిమాణం $=\frac{1}{3}\times\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\times r^2\times 2r=\frac{2}{3}\pi r^3$

రెండు శంఖువుల ఘనపరిమాణాలు $=2\times\frac{2}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi r^3$



కృత్యం

	గోళం వ్యాసార్ధం (r)	గోళం ఘనపరిమాణం $v=\frac{4}{3}\pi r^3$
1	r=7	
2	r=10.5	
3	r=14	

ముగింపు : పై ప్రయోగం ద్వారా గోళం, శంఖువు ఘనపరిమాణాల మధ్య సంబంధం ఒకే ఎత్తు, ఒకే వ్యాసార్ధముల ఉన్నప్పుడు విశ్లేషిస్తాడు.

అనువర్తనాలు :
- H నిజ జీవితంలో అంతరవృత్త కేంద్రాన్ని సంబంధించిన సమస్యలను సులభంగా విద్యార్థులు సాధిస్తారు.
- H శంఖువు, స్థూపం, గోళం, ఘనపరిమాణం మధ్య సంబంధంను కనుగొనగల్గును.

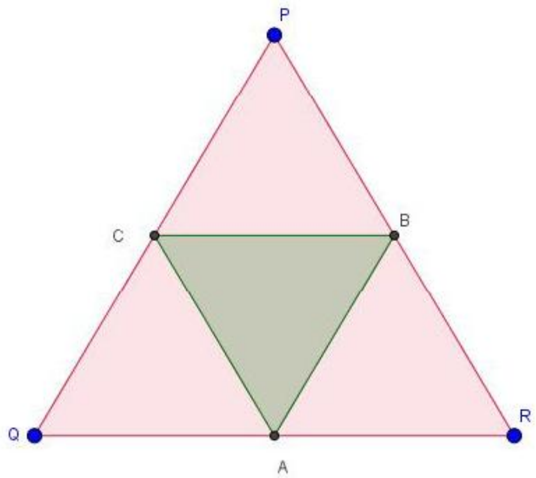
59. మధ్యబిందు త్రిభుజం (Medial Triangle)

ఉద్దేశ్యము : బాహ్య త్రిభుజము యొక్క పరిధి మధ్యబిందువు కలుపగా ఏర్పడే త్రిభుజ పరిధికి రెండింతలుగా వుంటుంది.

పూర్వజ్ఞానం : త్రిభుజ పరిధి గూర్చి పూర్వజ్ఞానాన్ని కల్గి వుంటాడు.

పరికరాలు : గుండుసూదుల చట్రము, రబ్బరు బ్యాండ్లు.

పద్ధతి : చదరపు ఆకారంలో వుండే ఒక తయారుచేయాలి. దీనిలో సమానదూరంలో చిన్న రంధ్రాలు చేయాలి. అవి అడ్డువరుసలుగా, నిలువ వరుసలుగా, వుండాలి. త్రిభుజ ఆకారంలో 3 శీర్షాలు వద్ద మూడు గుండుసూదులను రంధ్రాలలో వుంచాలి. గుండుసూదులకు త్రిభుజం ఆకారంలో రబ్బరు బ్యాండ్లు వుంచాలి. శీర్షాలకు వరుసగా P, Q, R అని పేరుపెట్టాలి. త్రిభుజాల మధ్య బిందువులను గుర్తించి వాటి రంధ్రాలలో గుండుసూదులను వుంచి, రబ్బరు బ్యాండ్లను తగిలించాలి. వాటికి వరుసగా PQ, QR, RP అని పేరుపెట్టాలి. AB, BC, AC భుజాల పొడవులను కొలవాలి. తరువాత (భుజాల పొడవులను కొలవాలి. వీటి నిష్పత్తులను గమనించాలి



$$\frac{PQ}{AB}=\frac{PR}{AC}=\frac{QR}{BC}.$$

పరిశీలన : భుజాల పొడవులను కొలిచి, మధ్యబిందువు సిద్ధాంతాన్ని గమనిస్తాడు.

విశ్లేషణ : పెద్ద త్రిభుజము యొక్క భుజాల పొడవులను కొలచి పరిధి కనుగొంటాడు. లోపల వున్న చిన్న త్రిభుజ భుజాల పొడవులను కొలిచి పరిధి కనుగొంటాడు. రెండు త్రిభుజాల పరిధులను పోల్చి, ΔPQR త్రిభుజ పరిధి = 2(ΔABC త్రిభుజ పరిధి) అని విద్యార్థి విశ్లేషిస్తాడు.

ఫలితం : రెండు త్రిభుజాల పరిధులను పోల్చుతాడు.

అనువర్తనాలు : ఇదేవిధంగా రెండు త్రిభుజాల వైశాల్యాలు కనుగొని వాటి మధ్య సంబంధాన్ని రాబట్టగల్గుతాడు.

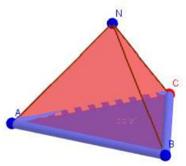
60. 3D - నమూనాల తయారీ

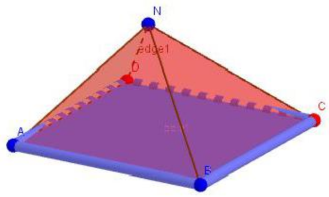
ఉద్దేశ్యము : 3D నమూనాల తయారీ

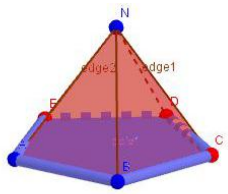
పూర్వజ్ఞానం : పట్టకము, పిరమిడ్‌లపై అవగాహన.

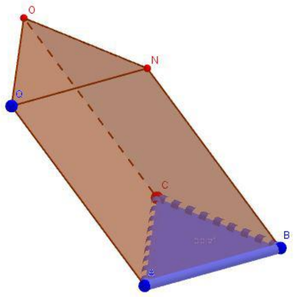
పరికరాలు : టూత్ పిక్స్, వాల్వ్ ట్యూబ్స్

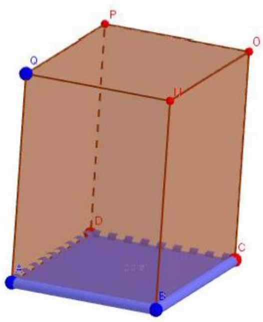
పద్ధతి :
- H మొదటగా వాల్వ్ ట్యూబ్స్‌ను మనకు కావలసిన రూపంలో కత్తిరించుకోవాలి. అలాగే రెండు లేదా 3 వాల్వ్‌ట్యూబ్‌లను కనెక్టర్స్‌గా మార్చుకోవాలి.
- H వాల్వ్ ట్యూబ్స్ ఆధారంగా వివిధ రకాలు పట్టకాలు, పిరమిడ్‌లు నిర్మించవచ్చు.

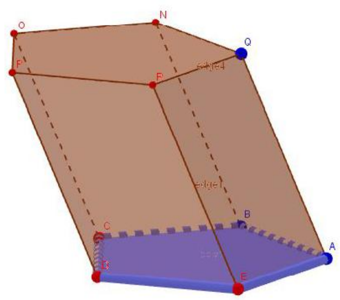

త్రిభుజాకార పిరమిడ్


చతురస్రాకార పిరమిడ్


పంచభుజాకార పిరమిడ్


త్రిభుజాకార పట్టకం


చతుర్భుజాకార పట్టకం (ఘనం)


పంచభుజాకార పట్టకం

...

పరిశీలన : వివిధ పట్టకాల, పిరమిడ్‌ల యొక్క ముఖాలు, శీర్షాలు, అంచులు నమోదుచేయాలి.

క్ర.స.	పట్టకం / పిరమిడ్‌లు	F	V	E
1				
2				
3				
4				
5				
⋮				

ఫలితం : వివిధరకాల 3D నమూనాలు తయారుచేయడం జరిగింది.

అనువర్తనాలు : H ఆయిలర్ సూత్రమును F + V = E + 2 ను కూడా మనం నిరూపించవచ్చు.

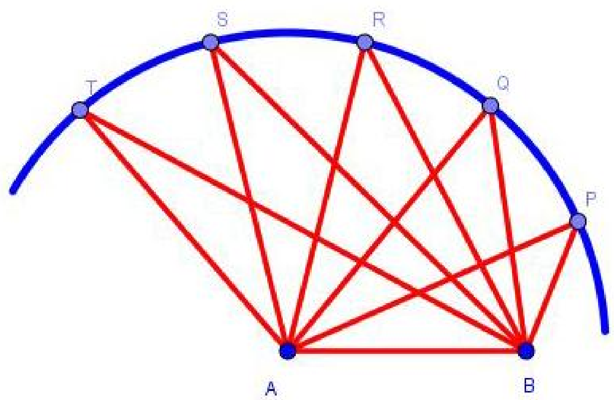
61.Line-RainbowActivity

ఉద్దేశ్యము : ఏదైనా త్రిభుజంలో పొడవైన భుజానికి ఎదురుగా వుండే కోణము పెద్ద కోణంగా వుండును.

పూర్వజ్ఞానం : త్రిభుజం యొక్క కోణాలు, భుజాలను గురించిన జ్ఞానాన్ని కల్గివుంటాడు. త్రిభుజాల రకాలను గురించిన జ్ఞానము కల్గి వుంటాడు.

పరికరాలు : చ(ట్రము, గుండుసూదులు, రబ్బరు బ్యాండ్లు.

పద్ధతి : ఒక చ(ట్రములో రెండు గుండుసూదులను అమర్చి వాటిని సరళరేఖా మార్గంలో రబ్బరు బ్యాండును తగిలించాలి. గుండుసూదులను A, B లుగా గుర్తించాలి. ఈ రేఖకు పైన Rainbow ఆకారంలో గుండుసూదులను అమర్చి, వాటికి వరుసగా P, Q, R, S, T అని పేరుపెట్టాలి. A నుంచి P కి ఒక రబ్బరు బ్యాండును, B నుంచి P కి మరియొక రబ్బరు బ్యాండును తగిలించాలి. ఇదే విధంగా A నుంచి, B నుంచి వరుసగా Q, R, S, T గుండుసూదులకు రబ్బరు బ్యాండ్లను తగిలించాలి.



పరిశీలన : విద్యార్థి భుజాలను, పొడవులను, కోణాలను పరిశీలిస్తాడు.

విశ్లేషణ : $\angle PAB, \angle QAB, \angle RAB, \angle SAB, \angle TAB$ కోణాలను కొలుస్తాడు. అదే విధంగా PB, QB, RB, SB, TB భుజాలను కొలుస్తాడు.

$\angle PAB < \angle QAB < \angle RAB < \angle SAB < \angle TAB$

$PB < QB < RB < SB < TB$

ఫలితం : త్రిభుజంలో పొడవైన భుజానికి ఎదురుగా వుండే పొడవైన భుజము TB, పెద్ద కోణము $\angle TAB$ అనే ఫలితాన్ని పొందగలడు.

అనువర్తనాలు : ఇదే విధంగా చుట్టుకొలతలకు, పెద్దకోణాలకు గల సంబంధాన్ని అనువర్తింపచేస్తాడు.

62. భ్రమణ సౌష్టవం

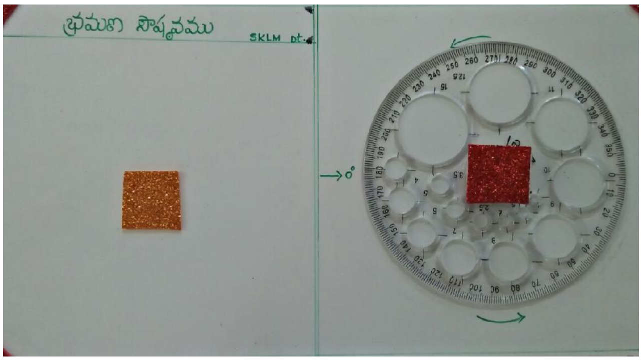
కృత్యం పేరు : భ్రమణ సౌష్ఠవము

ఉద్దేశ్యము : కృత్యాధార పద్ధతి ద్వారా ఒక పటం యొక్క భ్రమణ సౌష్ఠవం కనుగొనుట, (వాటి సంఖ్య) భ్రమణ సౌష్ఠవ కోణం కనుగొనుట.

పూర్వజ్ఞానం : భ్రమణ సౌష్ఠవం

పరికరాలు : 1) WPC బోర్డు, 2) బోల్టు, 3) 360° కోణమానిని 4) వివిధ రకాల ద్విమితీయ ఆకారాల జతలు (కార్డుబోర్డు) 5) డబుల్ సైడ్ టేపు

పద్ధతి :
1) WPC బోర్డు మధ్యలో రంధ్రం చేసి, 360° కోణమానిని బోల్టు సహాయంతో తిరిగే విధంగా అమర్చుము.
2) రెండు సర్వసమాన ద్విమితీయ ఆకారాలను తీసుకొని, ఒకటి బోర్డుపై ఖాళీ ప్రదేశంలో ఉంచి, రెండవ పటంను 360° కోణమానిని మధ్యలో డబుల్ సైడ్ గమ్ సహాయంతో అతికించుము.
3) ఇప్పుడు 360° కోణమానిని ఒక సంపూర్ణ భ్రమణం (360°) చేసినపుడు కోణమానిని పైగల పటం ఎన్నిసార్లు ప్రక్కపటంలో ఉన్న స్థితిని పొందునో ఆ సంఖ్యను పట్టికలో నమోదుచేయండి.
4) ఇదే విధంగా వేరే రెండు సర్వసమాన పటాలను తీసుకొని భ్రమణం చేయడం ద్వారా వచ్చే భ్రమణ సౌష్ఠవాల సంఖ్యను, భ్రమణ సౌష్ఠవ కోణంను పట్టిక మోదు చేయండి.



పట్టిక :

క్ర.సం.	పటం పేరు	భ్రమణ సౌష్ఠవాల సంఖ్య	భ్రమణ సౌష్ఠవ కోణం
1.	సమబాహు త్రిభుజం		
2.	దీర్ఘచతురస్రం		
3.	చతురస్రం		

పరిశీలన : పై కృత్యం నుండి ఇచ్చిన పటం యొక్క భ్రమణ సౌష్ఠవాల సంఖ్యను భ్రమణ కోణంను తెలుసుకోవచ్చును.

ఫలితం : ఈ విధంగా ఇచ్చిన పటాల యొక్క భ్రమణ సౌష్ఠవాల సంఖ్యను కనుగొనుట.

అనువర్తనాలు : వృత్తం యొక్క భ్రమణ సౌష్ఠవం కనుగొనుము.

63. దీర్ఘఘన ఘనపరిమాణం

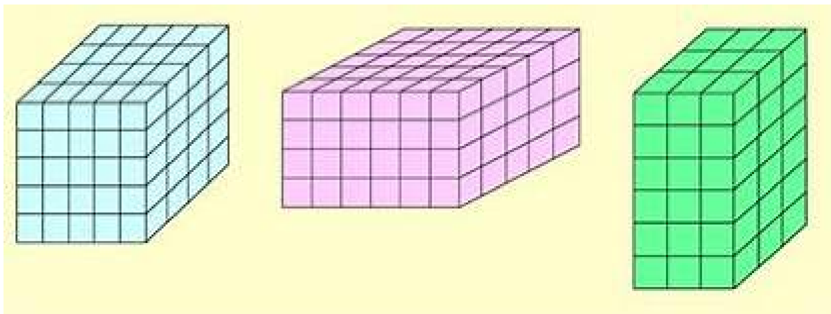
ఉద్దేశ్యము : దీర్ఘఘనం యొక్క ఘనపరిమాణంనకు సూత్రంను రాబట్టుట.

పరికరాలు : హోమ్ షీట్, స్కేలు, కట్టర్, స్కెచ్ పెన్.

పద్ధతి : 1) పొడవు $l = 5$ యూనిట్లు, వెడల్పు (b) = 4 యూనిట్లు మరియు ఎత్తు (h) = 2 యూనిట్లు గల దీర్ఘఘనాకార హోమ్‌షీట్‌ను తీసుకొనవలెను.

2) ఈ దీర్ఘఘనాకార హోమ్‌షీట్‌పై పొడవు వెంబడి 1 యూనిట్ కొలత ఉండునట్లుగా ఐదు భాగాలుగా కట్‌చేయాలి.

3) వెడల్పు వెంబడి 1 యూనిట్ కొలత ఉండునట్లుగా నాలుగు భాగాలుగా కట్ చేయాలి.



4) ఎత్తు వెంబడి 1 యూనిట్ కొలత ఉండునట్లుగా 2 భాగాలుగా కట్‌చేయాలి.

5) ఇప్పుడు మనకు 1 యూనిట్ కొలత గల ఘనాలు ఏర్పడును.

పరిశీలన : 1) విద్యార్థులు ఈ ఘనాలను లెక్కించి 40 ఘనాలున్నట్లుగా గుర్తిస్తారు. ఈ 40 ఘనపు యూనిట్లే దీర్ఘఘనం యొక్క ఘనపరిమాణంగా గ్రహిస్తారు.

2) ఘనపరిమాణం మరియు దీర్ఘఘనం యొక్క కొలతల మధ్య సంబంధాన్ని విద్యార్థులు ధృవీకరిస్తారు.

$40 = 5 \times 4 \times 2$ అనగా

3) దీర్ఘఘనం యొక్క ఘనపరిమాణం = పొడవు × వెడల్పు × ఎత్తు

$= l \times b \times h$ ఘ.యూనిట్లు

$= 5 \times 4 \times 2$ ఘ.యూనిట్లు

$= 40$ ఘ.యూనిట్లు

ఫలితం : దీర్ఘఘనం యొక్క ఘనపరిమాణం = $l \times b \times h = lbh$ ఘ.యూనిట్లు

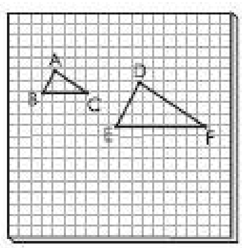
అనువర్తనం : విద్యార్థులు నిజజీవితంలో దీర్ఘఘనాకారములో ఉన్న వస్తువుల యొక్క ఘనపరిమాణాన్ని ఈ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి సులభంగా లెక్కిస్తారు.

64. సరూపత్రిభుజాల వైశాల్యాలు

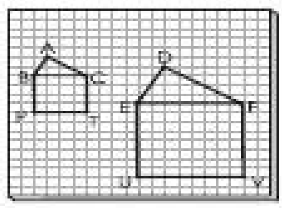
ఉద్దేశ్యము : రెండు సరూపత్రిభుజాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి వాటి అనురూప భుజాల వర్గా నిష్పత్తికి సమానమని చూపుట.

పరికరాలు : జియోబోర్డు, రబ్బరు బ్యాండ్సు, జియోబోర్డు పిన్నులు.

పద్ధతి :
1) క్రింది పటంలో చూపిన విధంగా ఆరు జియోబోర్డు పిన్నుల సహాయంతో రెండు సరూప త్రిభుజాలు ABC మరియు BEF లను నిర్మిద్దాము.



2) క్రింది పటంలో చూపిన విధంగా BC మరియు EF లపై చతురస్రాలు ఏర్పడేటట్లు రబ్బరు బ్యాండ్సు మరియు జియోబోర్డు సహాయంతో నిర్మిద్దాము.



3) రెండు త్రిభుజాల వైశాల్యాలు $\frac{1}{2}bh$ సూత్ర సహాయంతో కనుగొందాము. మరియు BC మరియు EF లపై ఏర్పడిన చతురస్రాలలో ఎన్ని యూనిట్ చదరాలు ఉన్నాయో లెక్కించి, ఆ చతురస్రాల వైశాల్యాలు కనుగొందాము.
4) ఇంకా BC మరియు EF ల పొడవులను కనుగొందాము.
5) పై కృత్యములో వచ్చిన కొలతల సహాయంతో క్రింది పట్టికను నింపుతూ, ఇదే కృత్యాన్ని వేరు వేరు త్రిభుజములతో చేస్తూ క్రింది పట్టికను నింపుదాం.

వరుస సంఖ్య	$\frac{\Delta ABC \text{ వైశాల్యం}}{\Delta DEF \text{ వైశాల్యం}}$	భుజంపై గీచిన చతురస్ర వైశాల్యం = BC^2	EF భుజంపై గీచిన చతురస్ర వైశాల్యం = EF^2	$\frac{\Delta ABC \text{ వైశాల్యం}}{\Delta DEF \text{ వైశాల్యం}} = \frac{(BC)^2}{(EF)^2}$
1.				
2.				
3.				

ఫలితం : రెండు సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిష్పత్తి, వాటి అనురూప భుజాల వర్గాల నిష్పత్తికి సమానము అయినది.

65. బహుభుజి బాహ్యకోణాల మొత్తం

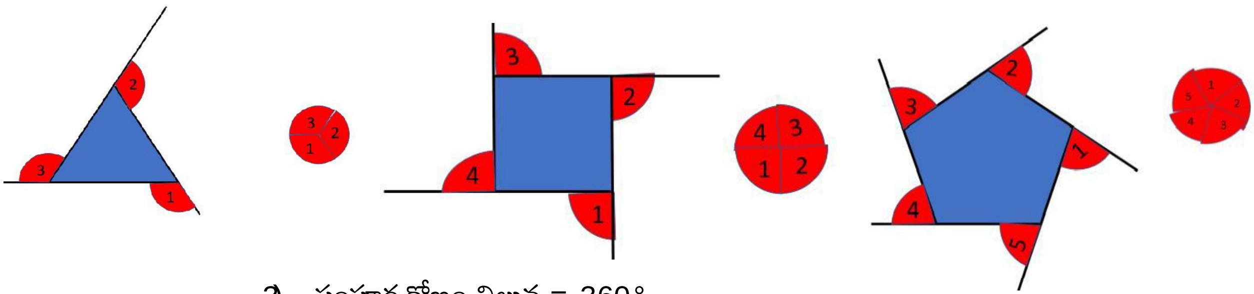
ఉద్దేశ్యము : ఏ బహుభుజిలోనైనా దాని బాహ్యకోణాల మొత్తం 360° అని నిరూపించుట.

పూర్వజ్ఞానం : సంపూర్ణకోణం, బహుభుజుల రకాలు.

పరికరాలు : ఫోమ్‌షీట్, చాకు, కలర్ పెన్ను, పెన్సిలు మొదలగునవి.

పద్ధతి : 1) ఒక ఫోమ్‌షీట్ తీసుకొని దానిపై వివిధరకాల బహుభుజులను గీచి వాటి భుజములను పొడిగించవలెను. తరువాత వాటిని చాకు సహాయంలో కత్తిరించవలెను.

2) కత్తిరించిన బాహ్యకోణములను క్రింది చూపిన విధంగా అమర్చాలి.



3) సంపూర్ణ కోణం విలువ = 360°

4) కాబట్టి ఏ బహుభుజిలోనైనా వాటి బాహ్య కోణాల మొత్తం అయినా 360° అని నిర్ధారించవచ్చు.

పరిశీలన : బహుభుజిలోని బాహ్యకోణాల మొత్తం 360°

విశ్లేషణం : విద్యార్థులు బహుభుజిలోని బాహ్యకోణాల మొత్తం 360° అని వివిధరకాల బహుభుజులను తీసుకొని వాటి బాహ్యకోణాల కొలతలను తీసుకొని పరిశీలించి విశ్లేషణ చేస్తారు.

అనువర్తనాలు : వివిధ సమస్యల సాధనలో మరియు సిద్ధాంతాల నిరూపణలో విద్యార్థులు దీనిని ఉపయోగిస్తారు.

66. థియోడలైట్

ఉద్దేశ్యము : గది ఎత్తులను, నదుల వెడల్పులను థియోడలైట్ ద్వారా కనుగొనుట.

పూర్వజ్ఞానము : విద్యార్థి ఊర్ధ్వకోణము, నిమ్నకోణములకు సంబంధించిన జ్ఞానాన్ని కల్గి వుంటాడు.

పరికరాలు : చెక్కస్టాండు, పెద్ద కోణమానిని, టేపు.

పద్ధతి : థియోడలైట్‌ను ఒక టేబుల్ మీద వుంచి కోణమానిని ప్లాస్టిక్ పైపు ద్వారా గోడ యొక్క పైభాగాన ఒక బిందువును గమనించి కోణమానిని ఏర్పరిచిన సూచిక వద్దగల ఊర్ధ్వకోణాన్ని రికార్డు చేయాలి. థియోడలైట్‌కు, గోడకు మధ్యగల దూరాన్ని రికార్డు చేయాలి.

పరిశీలన : ఊర్ధ్వకోణము, నిమ్నకోణములను గమనిస్తాడు. సమాంతర రేఖల, తిర్యగ్రేఖలను గమనించి సదృశ కోణాలను గమనిస్తాడు.

విశ్లేషణ : గోడ ఎత్తుకు, థియోడలైట్‌కు గోడకు గల మధ్యదూరమునకు గల సంబంధాన్ని విశ్లేషిస్తాడు.

త్రికోణమితీయ నిష్పత్తి $\tan\theta$ ని తీసుకుంటాడు.

$$\tan\theta = \frac{\theta \text{ కు ఎదుటి భుజము}}{\text{ఆసన్న భుజము}}$$

$$\tan\theta = \frac{h}{d}$$

$$h = \tan\theta \times d$$

ఫలితం : గోడ ఎత్తును కనుక్కుంటాడు. త్రికోణమితీయ నిష్పత్తుల ఫలితాలను కనుక్కుంటాడు.

అనువర్తనాలు : థియోడలైట్ ఉపయోగించి టవర్ ఎత్తును, కొండ ఎత్తును, వృక్షాల ఎత్తును విద్యార్థి కనుక్కుంటాడు.

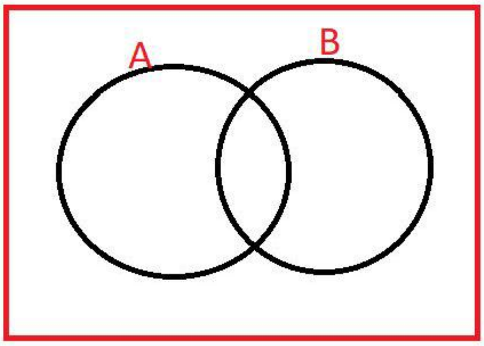
67. సమితులు-వెన్‌చిత్రాలు

ఉద్దేశ్యము : సమితులను వెన్‌చిత్రాల ఆధారంగా చూపించుట

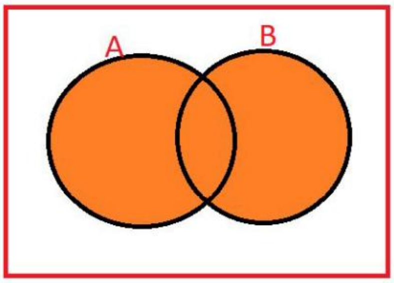
పూర్వజ్ఞానం : సమితి భావన, సమితిపై పరిక్రియలు

పరికరాలు : కార్డు బోర్డు షీట్, కట్టర్.

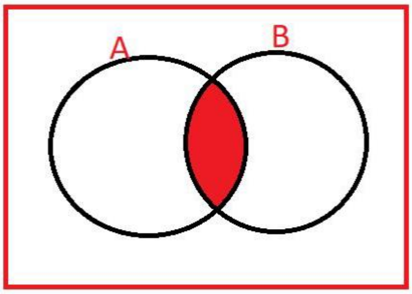
పద్ధతి : ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార కార్డు బోర్డును తీసుకొని వాటిని క్రింది విధంగా కత్తిరించుకోవాలి.



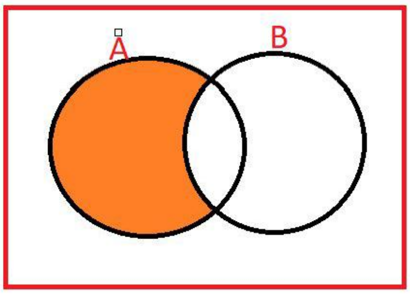
H పై పటంలోని వివిధ ముక్కలను తీయడం, తిరిగి ఉంచడం ద్వారా $A-B, A\cap B, A\cup B, B-A$ లను కింది విధంగా చూపించవచ్చు.



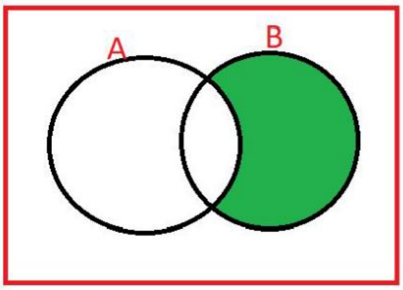
AUB



$A\cap B$



B – A



B – A

ఫలితం : సమితులపై వివిధ ప్రక్రియలను పటరూపంలో చూపించడం జరిగింది.

అనువర్తనాలు : A, B లు రెండు సమితులు అయినపుడు, $A\cup B, A\cap B, A-B, B-A$ లను కనుగొనవచ్చు.

68. త్రిభుజం-మధ్యగత రేఖ ధర్మం

ఉద్దేశ్యము : త్రిభుజ మధ్యగత రేఖ దానిని రెండు సమాన వైశాల్యాల గల పటాలుగా విభజించును అని నిరూపణ

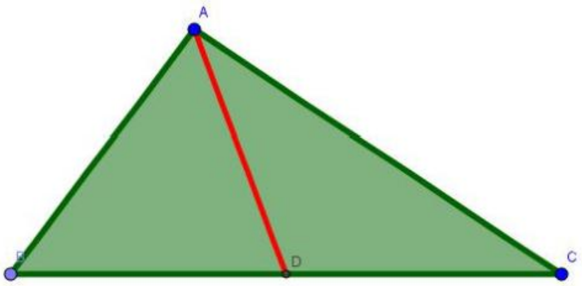
పూర్వజ్ఞానం : త్రిభుజం మధ్యగతరేఖ, త్రిభుజ వైశాల్యం $= \frac{1}{2}bh$

కావలసిన పరికరములు : కార్డు బోర్డు, కత్తెరచ, స్కెచ్‌పెన్, గ్రాఫ్ పేపర్

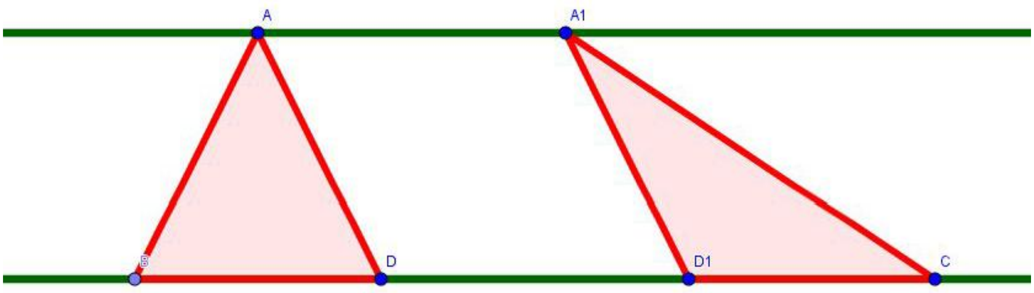
తయారీచేయు విధానం : ABC త్రిభుజాన్ని కత్తిరించుము.

ABC కి సర్వసమానంగా మరియొక త్రిభుజాన్ని కత్తిరించుము.

BC మధ్య బిందువు D గుర్తించి AD మధ్యగత కలుపుము. AD వెంబడి కత్తిరించుము.



నిర్వహించు విధానం : ΔADB, ΔABC లను గమనించిన BC పొడవు = DC పొడవు అగును. అనగా వాటి భూముల పొడవులు సమానం. ΔADB, ΔADC లు ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్య అమర్చవచ్చు. కావున వాటి వైశాల్యాలు సమానం.



వివరణ : ΔABD వైశాల్యం $= \frac{1}{2}bh$

ΔADC వైశాల్యం $= \frac{1}{2}bh$

$\therefore$ ΔABD వైశాల్యం = ΔADC వైశాల్యం

పద్ధతి : 1) త్రిభుజంలో మూడు మధ్యగత రేఖలు ఆరు సమాన వైశాల్యాలుగా గల త్రిభుజాలుగా విభజిస్తుంది

అని వివరించగల్గును.

2) త్రిభుజం ABC గురుత్వకేంద్రం G అనుకొనిన ΔGAB వై॥ = ΔGBC వై॥ = ΔGCA వై॥ అని గ్రహించును.

తద్వారా త్రిభుజం GAB వైశాల్యం = $\frac{1}{3}\Delta ABC$ వైశాల్యం అని నిర్ధారణ చేయును.

3) సమాంతర చతుర్భుజంలోని కర్ణాలు దానిని నాలుగు సమాన వైశాల్యాలు గల త్రిభుజాలుగా విభజించును అని గ్రహించును.

4) త్రిభుజంలో ప్రతి మధ్యగతను శీర్షం నుండి గురుత్వకేంద్రం 2 : 1 నిష్పత్తిలో విభజించును. అని నిర్ధారణకు చేయును.

ఫలితం : ΔABC లో మధ్యగతం AD అయిన ΔABD వైశాల్యం = $\frac{1}{2}\Delta ABC$ వైశాల్యం

సమాప్తం